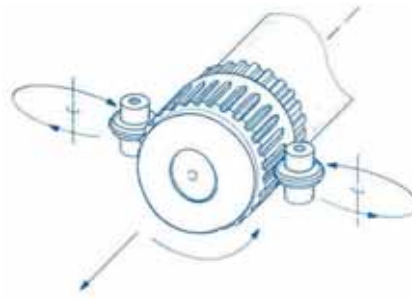


## Fertigung von Zahnrädern in metallischen Ringen durch Walzkaltumformung



Labastida, C.

*Die Herstellung eines Zahnrades erstreckt sich im Allgemeinen über mehrere Schritte, besonders wenn das spannende Herstellungsverfahren genutzt wird, wo mindestens ein Grobschneid-, Feinschneid-, Härte- und Korrekturverfahren eingesetzt wird. Kaltumformung bietet eine kostengünstige Möglichkeit zur Herstellung, wo viele Verfahren in einem Schritt gefertigt werden können. Die Anwendung erfordert einige Vorüberlegungen oder die Fertigungsergebnisse könnten unzureichend sein. In diesem Artikel wird eine Analyse der Kaltumformung von Zahnrädern in metallischen Ringen vorgeschlagen, die mit Novikov-, Evolventen- und Zykloidalprofilen umgeformt werden.*

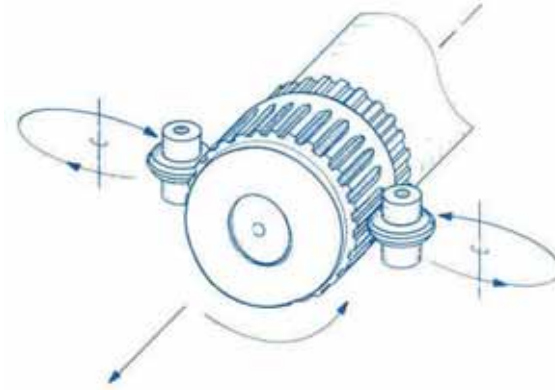
*For the fabrication of a gear, it is needed some necessary steps, specially where material removing methods are been used. Normally, it is necessary a coarse and fine cutting method, although harden and rectification methods. Cold work offers a low cost manufacturing method, where many of these steps can be made in just one. The use of cold work methods need some considerations, otherwise the results could be disastrous. This article gives a proposal for the analysis to cold work applied to gears based in metallic rings, which would be produced with a Novikov-, Evolvente or Cicloidal profile.*

### 1 Einleitung

In diesem Artikel wird über die Simulation einer Zahnherstellung durch Kaltumformung im Längswalzverfahren auf dem äußeren Radius eines metallischen Ringes gesprochen. Dazu wurden im wesentlichen 4 Kenngrößen variiert, d.h. Modul (2-11 mm), Wanddicke (20-75 mm), äußerer Durchmesser (100 – 200 mm) und der Eingriffswinkel; alle diese Variationen wurden für drei unterschiedliche Verzahnungen genutzt (Evolvente-, Novikov- und Zykloidenverzahnungen). Es wurden insgesamt 96 verschiedene Simulationen durchgeführt /1/.

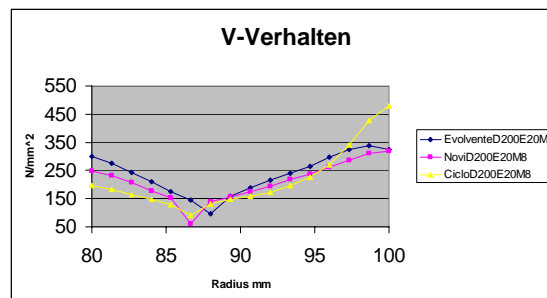
## 2 V- und hyperbolisches Verhalten

Wenn die Verzahnung durch Kaltumformung gewalzt wird, können zwei Verhalten der Mises-Spannungen, die von der Wanddicke und der Zahnhöhe abhängen, erkannt werden /1/. Das V-Verhalten präsentiert sich, wenn das Verhältnis zwischen Zahnhöhe und Wanddicke größer als ca. 20% ist.



**Bild 1:** Längswalzkaltumformung

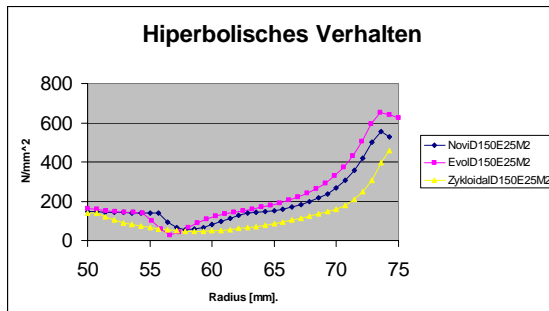
Beim V-Verhalten tritt die größte Spannung in der Nähe der Hauptumformung auf, danach verringert sich die Spannung ohne die Null-Linie zu durchkreuzen, anschließend steigt die Mises-Spannung wieder an [Bild 2].



**Bild 2:** V-Verhalten

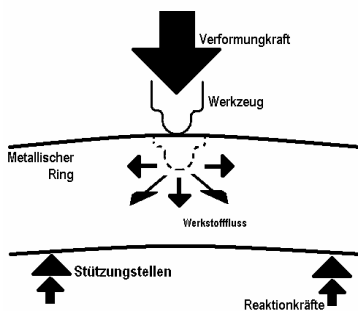
Beim V-förmigen Spannungsverlauf sind die Mises-Spannungen hoch am inneren und äußeren Radius und der Verlauf über dem Radius ähnelt einem V.

Beim hyperbolischen Verhalten vermindert sich die Mises-Spannung immer weiter ohne den im V-Verhalten erkannten Anstieg. Die zweite Ableitung am Minimum ergibt sich niedriger als die beim V-Verhalten [Bild 3].



**Bild 3:** Hyperbolisches Verhalten

Mit einem zweidimensionalen Modell kann man gut das Verhalten der Kaltumformung darstellen, dabei betrachtet man zwei Hauptspannungen, die in radialer und Umfangsrichtung verlaufen. Während der Kaltumformung verhält sich ein Teil des Ringes wie ein belasteter Balken [Bild 4], deswegen gibt es Zugspannungen auf der Gegenseite der Hauptumformungsseite, wo sich Druckspannungen ergeben. Weil es einen Werkstofffluss gibt, werden bleibende Umformungen erzeugt. Diese Vorgänge werden vom Verhältnis Zahnhöhe zu Wanddicke beeinflusst. Je größer das Verhältnis ist, desto größer ist der Einfluss der Biegespannung, d.h. die vom Werkstofffluss erzeugten Spannungen verlieren an Bedeutung.

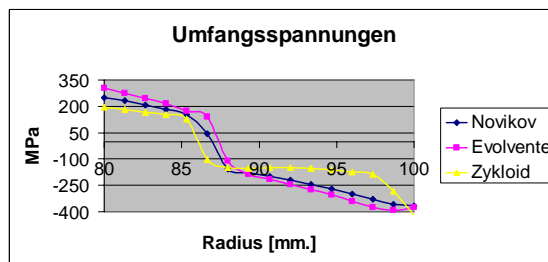


**Bild 4:** Spannungen werden vom Werkstofffluss und Biegung erzeugt

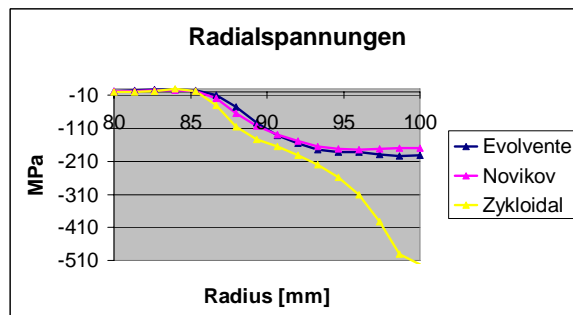
Die radialen Spannungen werden hauptsächlich vom radialen Werkstofffluss erzeugt. Die Umfangsspannungen hängen vom Werkstofffluss in Umfangsrichtung und Biegung des Ringes ab.

$$\sigma_r = f(\text{radialer Werkstofffluss})$$

$$\sigma_\theta = f(\text{Umfangswerkstofffluss, Biegung})$$

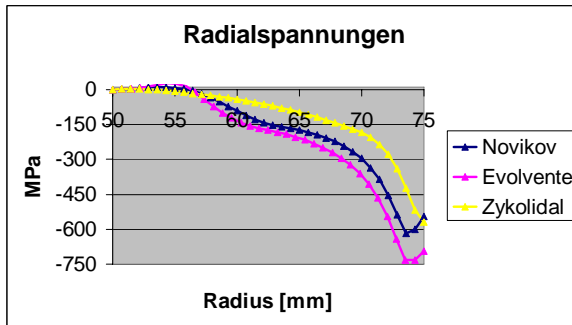


**Bild 5:** Umfangsspannungen bei V-Verhalten. (Durchmesser 200 mm; Wanddicke 20 mm; Modul 8 mm)

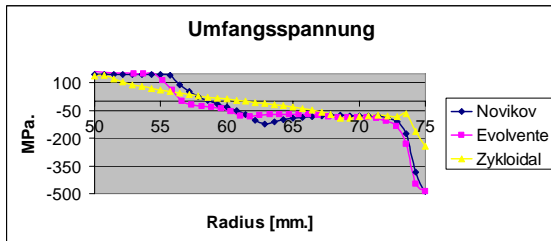


**Bild 6:** Radialspannungen bei V-Verhalten. (Durchmesser 200 mm; Wanddicke 20 mm; Modul 8 mm)

Beim Zykloidenprofil ist die Spannung im äußeren Radius bedeutungsvoll, weil dieses partikulär Profil wie ein Spannungsverstärker wirkt [Bild 6]. Beim V-Verhalten ist die Schräge am Anfang und Ende der Kurve fast gleich, aber in der Mitte ist sie ganz anders [Bild 5]. Dieses Verhalten ist ähnlich wie das Verhalten in einem belasteten Balken, aber mit einer Verschiebung in der Mitte.

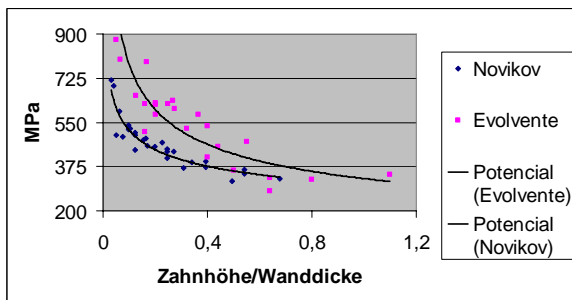


**Bild 7:** Radialspannungen, hyperbolisches Verhalten (Durchmesser 150 mm; Wanddicke 25 mm; Modul 2 mm)



**Bild 8:** Umfangsspannungen, hyperbolisches Verhalten (Durchmesser 150 mm; Wanddicke 25 mm; Modul 2 mm)

Die maximale Mises-Spannung im Novikov und Evolventen - Profil verringert sich, wenn das Verhältnis zwischen Zahnhöhen und Wanddicke sich erhöht (s. **Bild 9**).



**Bild 9:** Mises'sche Spannungen, wenn sich das Verhältnis zwischen Zahnhöhen und Wanddicke verändert

### 3 Misessche Ellipse

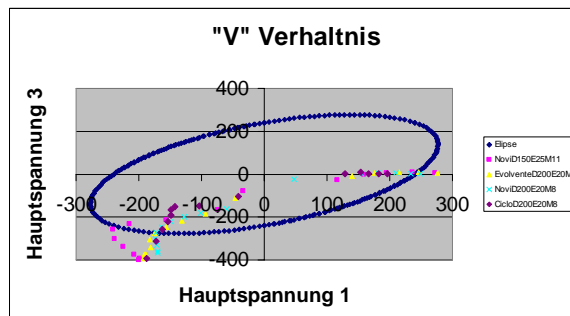
Wenn die zweite Hauptspannung als Null betrachtet werden kann, ist die Mises'sche Spannung durch eine Ellipse bestimmt, deren Achsen zur ersten und dritten Hauptspannung gehören.

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2}{2}}$$

Wenn  $\sigma_{II} = 0$ , denn:

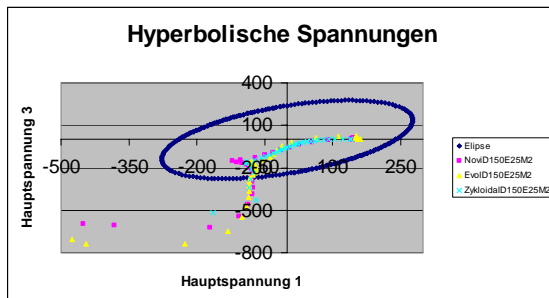
$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sigma_I^2 + \sigma_{III}^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2}{2}}$$

Bild 10 zeigt die Lage der Ellipse beim V-Verhalten. Risse bilden sich am inneren und äußeren Radius der Ringe aus. Am inneren Radius infolge der Zugspannung in Umfangsrichtung und am äußeren Radius wegen der Druckspannung in Radial- und Umfangsrichtung. Die Umfangsspannung ist die erste Hauptspannung und die dritte Hauptspannung ist die Radialspannung im dritten Quadranten. Im ersten Quadranten liegt die erste Hauptspannung, die Umfangsspannung.



**Bild 10:** Mises'sche Ellipse bei V-Verhalten

Bild 11 zeigt die Ellipse für hyperbolisches Verhalten. Ein Riss bildet sich nur am äußeren Radius infolge der Druckspannungen in radialer und Umfangsrichtung aus. Die Umfangsspannungen bilden die erste Hauptspannung und die Radialspannungen die dritte Hauptspannung im dritten Quadranten.



**Bild 11:** Mises'sche Ellipse bei hyperbolischem Verhalten

Eine Aufteilung der Gesamtverformung in eine Vorverformung und eine Endverformung kann den Fertigungsprozess verbessern /3/. Eine Vorverformung verkleinert den Werkstofffluss, und die Hauptspannungen verschieben sich näher an die Ellipse. Mit FEM-Berechnungen ist es möglich, eine Aussage zur Größe der Vorverformung zu treffen. Es muss angemerkt werden, dass mit den FEM-Berechnungen die Untergrenze der realen Mises'schen Spannungen ermittelt werden können, werden spezielle Randbedingungen eingeführt, kann auch eine Aussage zur oberen Spannungsgrenze erfolgen.

Durch eine Druckkraft in axialer Richtung kann die zweiten Hauptspannungen erhöht und daher eine Steigerung der hydrostatischen Spannungen bewirkt werden. Je höher die hydrostatischen Spannungen, desto niedriger die Mises'schen Spannungen. Werden die drei Hauptspannungen betrachtet, kann noch eine Ellipse gezeichnet werden, dazu ist die dritte Koordinate notwendig, deren Berechnung ist:

$$\sigma_I^N = \sigma_I - \sigma_{II}$$

$$\sigma_{III}^N = \sigma_{III} - \sigma_{II}$$

Eine Minderung der Biegespannung kann durch einen Wechseln der Stützstellen erreicht werden, und außerdem durch eine Vorverformung. Im betrachteten Fall reichen diese Maßnahmen nicht um den Bruch zu vermeiden, ein Axialdruck in der Nähe der Verformung könnte Abhilfe schaffen.

Beim hyperbolischen Verhalten sollte die Vorverformung größer ausfallen als beim V-Verhalten.

### 3.1 Bruchwahrscheinlichkeit

Die Simulationen wurden mit dem Werkstoff AlMg3, dessen Bruchspannung zwischen 220 – 260 N/mm<sup>2</sup> liegt, durchgeführt. Wenn solche Grenzwerte in einer Normalverteilung mit ca. 95,45% der Merkmalswerte betrachtet werden, gelten folgende Betrachtungen:

$$\mu = \frac{\sigma_{Bruch\ max} + \sigma_{Bruch\ min}}{2}$$

$$S = \frac{\sigma_{Bruch\ max} - \sigma_{Bruch\ min}}{4}$$

Wobei  $\mu$  der Mittelwert und S die Standardabweichung bedeuten. Wenn die größte Mises-Spannung angenommen wird, dann ist es möglich die Bruchwahrscheinlichkeit zu berechnen. Für jede Simulation ist eine einzige Zahl notwendig, daher wurde folgende Art der Identifizierung genutzt:

$$e = \ln\left(\frac{D \cdot W}{m^2}\right)$$

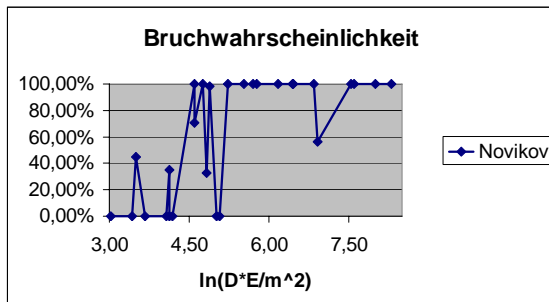
Es bedeutet „e“ die identifizierende Zahl, D – Durchmesser, W – Wanddicke, m – Modul, dann wird die Bruchwahrscheinlichkeit durch die normalisierte Gaußsche Verteilung ermittelt:

$$z_e = \frac{\sigma_{Mises,e} - \mu}{S}$$

$$\phi(z_e) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_e} e^{-\frac{z_e^2}{2}} dz_e$$

Bei allen Simulationen war die Bruchwahrscheinlichkeit gleich 100% für alle Lastfälle. Eine zweite negative Hauptspannung bedeutet eine Verschiebung der Mises-Ellipse in den dritten Quadranten. Damit liegen einige der höchsten Mises-Spannungen im plastischen Bereich, die Bruchwahrscheinlichkeit vermindert sich.





**Bild 12:** Bruchwahrscheinlichkeit für einen Novikovzahn mit der zweiten Hauptspannung  $S_2 = -200 \text{ N/mm}^2$

Ein Maß für die Bruchwahrscheinlichkeit ist der Bereich unter der Kurve ( $Z_e$ ) (s. **Bild 12**),

$$I = \int_{e_{\min}}^{e_{\max}} \phi(z_e) de$$

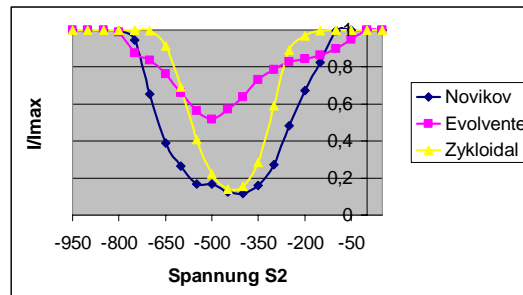
$I$  ist eine Zahl zwischen Null und  $I_{\max}$ , wobei  $I_{\max}$  gleich  $e_{\max} - e_{\min}$  ist.

$$I_{\max} = e_{\max} - e_{\min}$$

Wenn alle Variationen eine Null-Wahrscheinlichkeit haben, dann ist „ $I$ “ gleich Null. Ein Vergleich zwischen den verschiedenen Profilen kann durch die normalisierte Zahl „ $K$ “ durchgeführt werden.  $K$  ist eine Zahl zwischen 0 und 1, deren Wert aus  $I/I_{\max}$  berechnet werden kann.

$$K = \frac{I}{I_{\max}}$$

Das Minimum in **Bild 13** zeigt, wie groß die erfolgte Verbesserung infolge einer drückenden zweiten Hauptspannung ist. Wenn  $K$  gleich Null ist, gibt es keine Bruchwahrscheinlichkeit für alle möglichen Variationen. Je höher das Minimum liegt, desto schlechter ist die Verbesserung durch den axialen Druck. Ohne Vorverformung ist die benötigte drückende zweite Hauptspannung sehr hoch, trotzdem zeichnet sich für das Novikov- und Zykloidenprofil eine wichtige Verbesserung ab.



**Bild 13:** Verbesserung der Bruchwahrscheinlichkeit durch drückende zweite Hauptspannung

#### 4 Fazit

Das Verhalten der Mises'schen Spannungen hängt von den erzeugten Biege- und Werkstoffflussspannungen ab. Ohne Vorverformung ist die Kaltumformung unwahrscheinlich. Ein axialer Druck kann die Umformbedingungen verbessern, aber ohne Vorverformung ist ein sehr hoher Druck erforderlich.

#### 5 Ausblick

Der Vorteil der Kaltumformung liegt in der gleichzeitigen Umformung und Härtung des Werkstücks. Zu klären ist, wie groß die Vorverformung sein muss, um die höchste Härtung bei der kleinsten Umformspannung zu realisieren.

Der gegenwärtige Artikel beschäftigt sich nur mit der Längswalzkaltumformung. Es ist zu klären, wie hydrostatische Spannungen in Quer- und Schrägwalzumformprozessen erzeugt werden.

#### 6 Literatur

- /1/ Labastida, C. Simulación por medio de MEF para la fabricación de dientes por medio de rolado en frío. Tesis, Universidad Panamericana, 2007.
- /2/ Labastida, C. FE-Simulation zur Herstellung von Zahnradnaben mit Novikov-Profil, Diplomarbeit, TU Clausthal, 2005
- /3/ Dietz, Wächter. Zahnwellenverbindungen mit Novikovprofil, IMW - Institutsmitteilung Nr. 30 (2005)