

# BERECHNUNGSMODELL DER KONSTRUKTION DES SCHACHTFÖRDERGEFÄßES IM LICHT DER HÄUFIGKEIT VON EIGENSCHWINGUNGEN, DIE AUF EXPERIMENTELLEM WEGE UND MITTELS DER BERECHNUNGEN ERMITTELT WURDEN

Dzik, S.; Wolny, S.; Siemieniec, A.

*In dieser Abhandlung wurde die Analyse des Einflusses von den die Konstruktion des Schachtfördergefäßes dehnenden Belastungen auf die Häufigkeit der Querschwingungen des ganzen Systems durchgeführt. Außerdem hat man die Häufigkeit von Schwingungen der Konstruktion des Schachtfördergefäßes, die auf experimentellem Wege mit Hilfe von tensometrischen Messungen am realen Objekt ermittelt wurden, mit den Häufigkeiten der Schwingungen, die analytisch für das in der Abhandlung vorgeschlagene Berechnungsmodell ermittelt wurden.*

## 1 Einleitung

Das Problem der Festigkeit und Betriebsfestigkeit von Maschinen und Industrieanlagen ist ein wichtiges Problem, das an der besonderen Bedeutung gewinnt, wenn die genutzten Maschinen das notwendige Element in dem Herstellungsprozess bilden.

Solch ein Element in der Förderung der Kohle und Erze bilden Förderschächte, darunter vor allem solche Elemente von Förderschächten wie Fördergefäße mit deren Führungssystemen und Hängezeug (von Fördergefäßen und Ausgleichsseilen) sowie Tragelemente des Gefäßes selbst (Zugbänder).

Zu den während der periodischen Kontrollen und Prüfungen von Fördergefäßen am häufigsten aufgedeckten Beschädigungen der Tragelemente gehören Ermüdungsbrüche im Bereich von Knoten, die die Zugbänder mit dem Gefäß, Kopf oder unteren Rahmen verbinden [1]. In den Entwurfsberechnungen für solche Konstruktionsart [1,4], werden Zugbänder und deren Verbindungen bei der Berücksichtigung von Extremkräften bemessen, die eine Summe von Gewichten des Gefäßes, der Ausgleichsseilen und des Förderguts bilden. Es bedeutet, dass in solchen Berechnungen Horizontalkräfte, die eine Folge der gegenseitigen Einwirkung des Förderschachtes und des Gefäßes

während seiner Bewegung sind, nicht berücksichtigt werden.

Die Analyse der möglichen Verformungen von Zugbändern, die während der Bewegung des Gefäßes entstehen und die unter anderem eine Folge von im System Fördergefäß – Führungsschuh – Einstrich auftretenden Spielen und Ablenkungen der Führungsstücke von der Vertikale sind, deutet darauf hin, dass die mit ihnen verbundenen horizontalen Belastungen einen wesentlichen Einfluss auf die momentanen Werte der darin entstehenden Spannungen haben können, und was damit zusammenhängt, auch auf deren Ermüdungsfestigkeit [5].

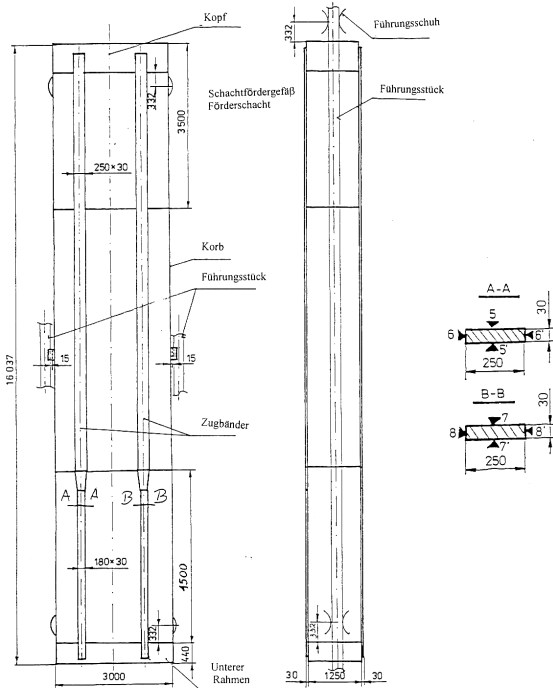
Das Problem der gegenseitigen Einwirkung des Gefäßes und des Einstrichs wurde eingehend in der polnischen technischen Literatur erörtert. Es geht hier um die Arbeiten der Untersuchungsteams an der AGH, GIG und Schlesischen Technischen Hochschule. Obwohl es viele interessante und wirksame Arbeiten in diesem Bereich gibt, tauchen immer neue zu lösende Probleme auf. In diesem Zusammenhang kann der Versuch, das Rahmenmodell der Konstruktion des Schachtfördergefäßes zu erstellen, der sich auf den Vergleich der Häufigkeit von Schwingungen des Systems stützt, die auf experimentellem Wege und mit Hilfe von Berechnungen bei der Berücksichtigung der Seiten- und Längstbelastungen in der Hinsicht der Ermittlung von inneren Kräften in Zugbändern bestimmt wurde, den Beitrag zur Festigkeitsanalyse der Konstruktion des Schachtfördergefäßes leisten.

Um den Einfluss der Belastungen auf den Wert und Charakter der Änderungen von Spannungen in den Zugbändern kennen zu lernen, wurden an den ausgewählten Punkten der Konstruktion des Schachtfördergefäßes tensometrische Sensoren aufgeklebt und Messungen durchgeführt. Die Ergebnisse von diesen Messungen haben es ermöglicht, die Ermüdungsfestigkeitsanalyse dieser Bereiche durchzuführen, in denen Brüche entstehen. Die Analyse des dynamischen Verlaufs

von Spannungen deutet darauf hin, dass deren momentaner Wert in Zugbändern scheint aus zwei Teilen zu bestehen. Den grundlegenden Teil, der mit Achsenkraft verbunden und proportional zu deren Wert ist, und den zweiten, der durch die sich schnell verändernden Horizontalkräfte des Förderschachtes hervorgerufen wird. Es bedeutet, dass die Zugbänder zusätzlich gebogen werden, was einen wesentlichen Anstieg von Spannungen in den Knotenpunkten verursacht, die sie mit anderen Gefäßelementen verbinden.

**2 Die Bestimmung der Periode und Häufigkeit von Schwingungen des Schachtfördergefäßes mit der Tragkraft von Q = 30 Mg aufgrund der Messungen von Verformungen in den Zugbändern für einen vollen Betriebszyklus**

Die dynamische Analyse der Arbeit des Systems (einer Förderanlage) wurde mit Hilfe der dynamischen Verläufe von Verformungen durchgeführt, die aufgrund der tensometrischen Messungen der Tragkonstruktion des Schachtfördergefäßes am realen Objekt ermittelt wurden. Man registrierte die Anzeigen von Sensoren 7 - 7' und 8 - 8', die sich an den Messpunkten befanden, wie es auf **Bild 1** dargestellt wurde. Diese Sensoren wurden in solch einem System verbunden, das ermöglichte, die Verformungen zu eliminieren, die durch die Wirkung von Normalkräften in den Zugbändern verursacht wurden.

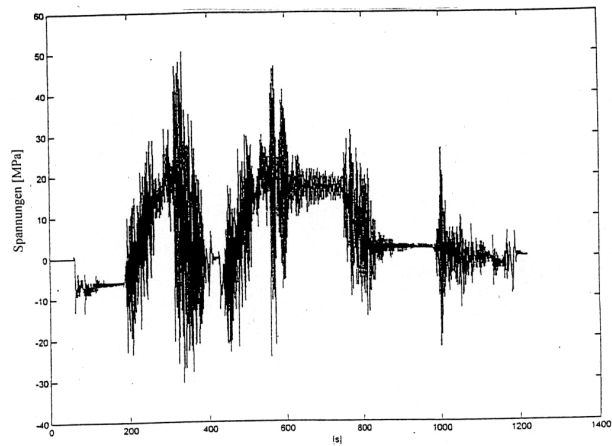


**Bild 1:** Lage der Messpunkte an der Konstruktion des Schachtfördergefäßes mit Q = 30 Mg

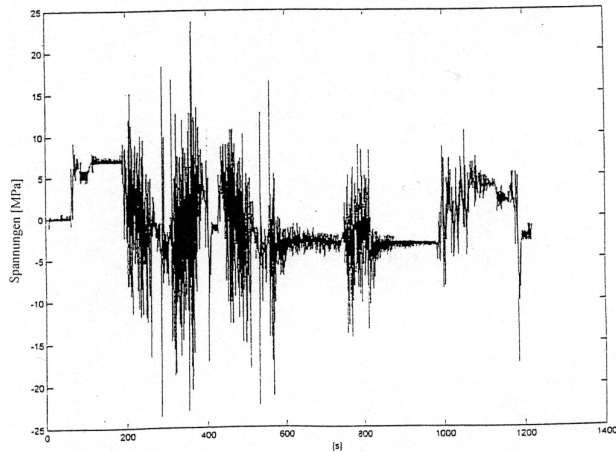
Beispiele für Verläufe der Veränderungen von Spannungen in die Richtung der größeren und kleineren Steifigkeit der Konstruktion des Schachtfördergefäßes wurden auf **Bild 2** und **Bild 3** dargestellt. Die Analyse wurde für die Einfahrt des Schachtfördergefäßes (nicht beladen) und für die Ausfahrt des mit der Ladung Q = 30 Mg beladenen Schachtfördergefäßes durchgeführt. Sowohl für die Einfahrt als auch für die Ausfahrt des Schachtfördergefäßes wurden Perioden und Häufigkeiten der Schwingungen aufgrund der dynamischen Verläufe von Verformungen der ausgewählten Tragelemente der Konstruktion des Schachtfördergefäßes entsprechend für den Anfang und das Ende des Zyklus, ermittelt.

Die Häufigkeiten der Schwingungen wurden nach der früheren Bestimmung der Periode von Schwingungen aus den dynamischen Verläufen von Verformungen [1] [5] im entsprechenden Zyklus und für die entsprechende Ebene ermittelt, wobei man die Abhängigkeit:  $\omega = 2\pi/T$  nutzte.

Die Werte von Perioden und Häufigkeiten der Schwingungen für analysierte Ebenen und Betriebsphasen der Förderanlage wurden in der **Tabelle 1** zusammengestellt.



**Bild 2:** Verlauf der Veränderungen von Spannungen in die Richtung einer geringeren Steifigkeit p.p 7-7'



**Bild 3:** Verlauf der Veränderungen von Spannungen in die Richtung einer größeren Steifigkeit p.p 8-8'

**Tabelle 1:** Die auf Grund von tensometrischen Berechnungen ermittelten Perioden und Häufigkeiten von Schwingungen des Schachtfördergefäßes

Ebene der Belastung des Schachtfördergefäßes		Einfahrt		Ausfahrt	
		Anfang	Ende	Anfang	Ende
x - z	T [s]	1,296	1,852	3,05	1,695
	$\omega$ [s <sup>-1</sup> ]	4,848	3,393	2,09	3,707
y - z	T [s]	0,577	0,961	1,017	0,678
	$\omega$ [s <sup>-1</sup> ]	10,889	6,538	6,178	9,263

**3 Berechnungsmodell des Schachtfördergefäßes mit der Tragkraft von Q = 30 Mg**

Das Berechnungsmodell des Schachtfördergefäßes wurde aufgrund der technischen Dokumentation M03- 2839 erstellt, wobei die Grunddimensionen der Konstruktion und Gewichte der einzelnen Elemente aufrechterhalten wurden.

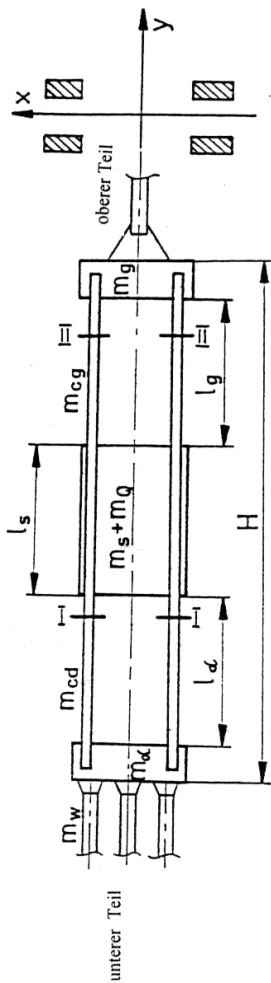
Das vorgeschlagene Berechnungsmodell des Systems zur Bestimmung der Häufigkeiten von Querschwingungen des Schachtfördergefäßes während seiner Bewegung im Förderschacht ist eine Rahmenkonstruktion, die auf **Bild 4** dargestellt wurde.

In diesem Modell gibt es folgende Elemente:

- Kopf des Schachtfördergefäßes mit Gewicht  $m_g$ ,
- der untere Rahmen mit Gewicht  $m_d$ ,
- Korb des Schachtfördergefäßes, Zugbänder, die den Kopf mit den unteren Rahmen mit Gewicht von  $m_s$  verbinden.

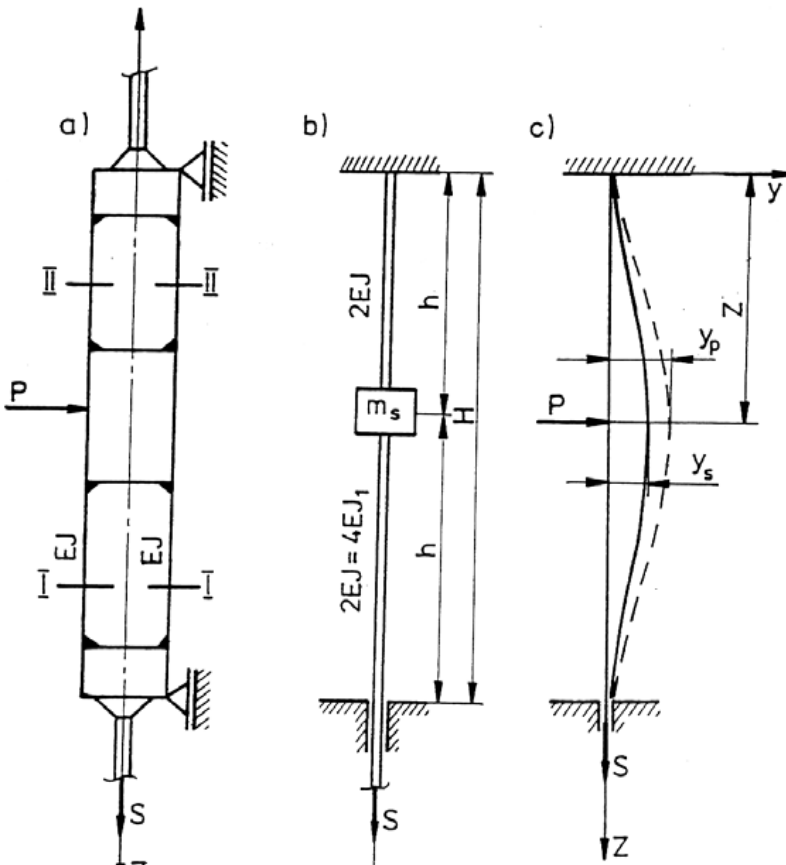
Das für die Analyse angenommene Rahmensystem mit drei Gewichten, wird zusätzlich durch die vom Gewicht der Ausgleichsseile und vom Gewicht des unteren Rahmens im unteren Teil des Modells (Schnitt I-II) auf dem Schema des Modells (Bild 4) kommende Kraft gedehnt, und zusätzlich mit dem Gewicht des Korbs des Schachtfördergefäßes und der Zugbänder im oberen Teil des Modells (Schnitt II-II) auf dem Schema des Modells (Bild 4).

Für die Ermittlung von Querbewegungen des Gefäßes während seiner Bewegung im Förderschacht hat man die angenommene Struktur des Modells zusätzlich vereinfacht. Man hat die Masse des Kopfes und auch die Masse des unteren Rahmens als vollständig steif betrachtet und außerdem hat man diese Massen fest mit Zugbändern verbunden. Es wurde angenommen, dass das Trägheitsmoment des Querschnitts der Konstruktion der Summe von Trägheitsmomenten der einzelnen Zugbänder gleich ist.



**Bild 4:** Berechnungsmodell der Konstruktion des Schachtfördergefäßes mit  $Q = 30 \text{ Mg}$

**4 Die Festlegung des Einflusses der Kräfte,**



**die die Konstruktion des Schachtfördergefäßes dehnen, auf die Häufigkeit der Querschwingungen des Systems.**

Die Analyse des Einflusses der Kräfte, die die Konstruktion des Schachtfördergefäßes dehnen, auf die Häufigkeit der Querschwingungen des Systems, wurde mit Hilfe des vorgeschlagenen Modell des Systems durchgeführt, das auf Bild 5 dargestellt wurde. Die die Konstruktion des Schachtfördergefäßes dehrende Kraft kommt vom Gewicht der Ausgleichsseile, die um das Gewicht des unteren Rahmens vergrößert werden (Schnitt I-I (**Bild 5**)) und zusätzlich um das Gewicht des Korbes des Schachtfördergefäßes und der Zugbänder (Schnitt I-I (**Bild 5a**)).

**Bild 5:** Modell des Systems (das den Einfluss von Achsenkräften berücksichtigt) zur Ermittlung der Häufigkeiten von Querschwingungen des Schachtfördergefäßes

Die Dehnungskraft  $S$  führt zur Minderung des Wertes des die Konstruktion des Schachtfördergefäßes biegenden Moments, es betrifft auch die Zugbänder. Der Anteil des von der Kraft  $S$  kommenden Moments, im Gesamtwert des Moments in den Elementen der Konstruktion des Schachtfördergefäßes wurde – aus praktischen Gründen – annäherungsweise ermittelt. Die Linie der Biegung der Konstruktion des Schachtfördergefäßes nimmt man als die Kosinusfunktion seiner Länge. Für den Fall der Seitenbelastung nimmt es die Gestalt an:

$$y_p \cong \frac{f_p}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi z}{H} \right)$$

wobei:  $f_p$  – maximale Biegung, die durch Seitenbelastung hervorgerufen wird,

$H$  – die Höhe des Schachtfördergefäßes (Entfernung des Kopfes vom unteren Rahmen)

Die Abhängigkeit (1) gilt für folgende Randbedingungen:

$$y_p = 0 \text{ für } z = 0 \text{ und } z = H,$$

$$y_p = f_p \text{ für } z = H/2$$

Die Biegung der Konstruktion des Schachtfördergefäßes, die durch Druckkraft (Dehnungskraft) S hervorgerufen wird, nimmt die Gestalt an, die man mittels der Kosinusfunktion darstellen kann:

$$y_s \cong \frac{f_s}{2} \left( 1 - \frac{\cos 2\pi z}{H} \right) \quad (2)$$

mit folgenden Randbedingungen:

$$y_s = 0 \text{ für } z = 0 \text{ und } z = H,$$

$$y_s \cong f_s \text{ für } z = H/2$$

wo:  $f_s$  – maximale Biegung, die durch gleichzeitige Wirkung der Seitenbelastung und der Dehnungskraft S hervorgerufen wird.

Das gesamte Biegemoment ist die Summe des Biegemoments, das von der Kraft S kommt, und des Moments, das von Querbelastungen kommt (Bild 5c).

$$M_{g(z)} = M_{(z)} - S \cdot y_s \quad (3)$$

Die Differenzialgleichung der Biegelinie, die durch die Seitenbelastung des Balkens, wie auf Bild 5c hervorgerufen wird, ergibt [6]:

$$\frac{d^2 y_{p(z)}}{dz^2} = - \frac{M_{(z)}}{EJ} \quad (4)$$

Hingegen bei der gleichzeitigen Wirkung der Kraft S und der Querbelastung gibt es:

$$\frac{d^2 y_{s(z)}}{dz^2} = - \frac{M_{(z)}}{EJ} + \frac{S \cdot y_s}{EJ} \quad (5)$$

Nach dem man den Wert  $M(z)$  aus (4) in (5) eingesetzt hat und Abhängigkeiten (1) und (2) berücksichtigt, bekommt man

$$(f_s - f_p) \frac{d^2}{dz^2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi z}{H} \right) = \frac{S}{EJ} f_s \left( 1 - \cos \frac{2\pi z}{H} \right) \quad (6)$$

Nach der Durchführung der festgelegten Operationen gibt es

$$(f_s - f_p) \frac{4\pi^2}{H^2} \cos \frac{2\pi z}{H} = \frac{S}{EJ} f_s \left( 1 - \cos \frac{2\pi z}{H} \right). \quad (7)$$

Für die maximale Biegung bei  $z = \frac{H}{2}$  gibt es

$$\cos \frac{2\pi z}{H} \Big|_{z=\frac{H}{2}} = -1.$$

Der Wert der Biegung im Inneren der Konstruktion des Schachtfördergefäßes bei der Wirkung der Seitenbelastung und der Dehnungskraft beträgt:

$$f_s = \frac{f_p}{\frac{SH^2}{2EJ\pi^2} + 1} \quad (8)$$

Von der Abhängigkeit (8) kann man die von der Seitenbelastung und Dehnungskraft S kommende Biegung errechnen, was ermöglicht, die Häufigkeit der Querschwingungen des Schachtfördergefäßes zu berechnen.

Die Verschiebung der Masse m (Bild 5) auf der Seitenrichtung ist [6] gleich.

$$f_s = \frac{\frac{PH^3}{192EJ}}{\frac{SH^2}{EJ2\pi^2} + 1}, \quad (9)$$

wobei P – Seitenbelastung des Schachtfördergefäßes

S – Kraft, die die Konstruktion des Schachtfördergefäßes dehnt und von Gewichten des Ausgleichsseils, des Hängezeugs und der unteren Bühne, von Gewichten der Zugbänder und Ladung (je nach der Lage des Gefäßes im Förderschacht) kommt,

EJ – Biegesteifigkeit,

H – Entfernung des Kopfes vom unteren Rahmen.

Deshalb ist der Koeffizient der Steifigkeit der Schachtfördergefäßkonstruktion in der Seitenrichtung [6] gleich.

$$k = \frac{P}{f_s} = \frac{192EJ}{H^3} \left[ \frac{S^2 H^2}{2EJ\pi^2} + 1 \right] \quad (10)$$

Hingegen beträgt die Häufigkeit der Schwingungen des Schachtfördergefäßes in der analysierten Richtung:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{192EJ}{mH^3} \left[ \frac{S^2 H^2}{2EJ\pi^2} + 1 \right]} \quad (11)$$

wobei: m =  $m_s + m_q$  – Masse des Schachtfördergefäßes und Masse der Ladung (für die Förderung der Förderguts), oder für m =  $m_s$  – Masse des Schachtfördergefäßes bei der Einfahrt des leeren Gefäßes.

Die Häufigkeit der Schwingungen im Schnitt I - I (Stelle, wo die Sensoren aufgeklebt wurden), wurde aus folgenden Abhängigkeiten ermittelt:

$$\omega_x = \sqrt{\frac{192 EJ_x}{mH_x^3} \left[ \frac{S^2 H_x^2}{2 EJ_x \pi^2} + 1 \right]} \quad (11a)$$

in der Seitenrichtung x (bei der geringeren Steifigkeit des Systems) und

$$\omega_y = \sqrt{\frac{192 EJ_y}{mH_y^2} \left[ \frac{S^2 H_y^2}{2 EJ_y \pi^2} + 1 \right]} \quad (11b)$$

in der Seitenrichtung y (bei der größeren Steifigkeit des Systems), und dann in der Tabelle 3 zusammengestellt.

$J_x, J_y$  – Trägheitsmomente des Schnitts von Zugbändern im Verhältnis zu der Achse x und z,

$H_x, H_y$ , – Entfernung der Führungsschuhe in die Richtung der kleineren und größeren Steifigkeit des Schachtfördergefäßes.

Die Häufigkeitsberechnungen wurden für das Schachtfördergefäß mit  $Q = 30\text{Mg}$  durchgeführt, dessen geometrische Parameter und Belastungen in der **Tabelle 2** zusammengestellt wurden.

Die auf analytischem Wege ermittelten Häufigkeitswerte entsprechen den Werten der Häufigkeit von Systemschwingungen, die aufgrund des durchgeführten Experiments ermittelt wurden, was die Richtigkeit der angenommenen Voraussetzungen bestätigt, dass die Struktur des Modells vereinfacht werden kann. Also sollen die Parameter des Systems: Einstrich – Führung – Gefäße so angepasst werden, dass sich die Häufigkeit der Eigenschwingungen des Systems nicht mit der ermittelten Betriebshäufigkeit decken würde, was das System vor der Resonanz schützen wird.

**Tabelle 2:**  
Geometrische Dimensionen und Belastungen des Schachtfördergefäßes  $Q = 30\text{ Mg}$

Schnitt	I - I	II - II
$J_x$ [cm <sup>4</sup> ]	162	225
$J_y$ [cm <sup>4</sup> ]	5832	15625

		$H_x$ [cm]	1626	1626
		$H_y$ [cm]	1486	1486
<b>S [kN]</b>	Einfahrt	Anfang	615,00	775,00
		Ende	70,00	230,00
	Ausfahrt	Anfang	70,00	530,00
		Ende	615,00	1075,00
<b>m [kg]</b>	Einfahrt $m_s$		15000	15000
	Ausfahrt $m_s+m_Q$		45000	45000

**Tabelle 3:** Werte der für das angenommene Modell ermittelten Häufigkeiten

Ebene der Belastung des Schachtfördergefäßes		Leer (Einfahrt)		Voll (Ausfahrt)	
		Anfang	Ende	Anfang	Ende
<b>x - z</b>	$\omega$ [s <sup>-1</sup> ]	5,08	2,08	1,2	2,93
<b>y - z</b>	$\omega$ [s <sup>-1</sup> ]	12,4	11,4	6,57	7,14

## 5 Zusammenfassung

Die oben dargestellten Überlegungen lassen feststellen, dass das vorgeschlagene Berechnungsmodell der Konstruktion des Schachtfördergefäßes eine gute Annäherung des realen Objekts ist. Der Vergleich der Häufigkeit von Schwingungen des realen Systems (Tabelle 1), mit Häufigkeiten, die für das vorgeschlagene Berechnungsmodell ermittelt wurden (Tabelle 3), bestätigen, dass die angenommenen Voraussetzungen richtig sind.

Indem man also das vorgeschlagene Modell benutzt, kann man innere Kräfte in den Schnitten von Zugbändern, sowie auch die Kräfte der Seitenwirkungen ermitteln, was das Thema weiterer Arbeiten in diesem Bereich sein wird.

## Literatur

- [1] CICHOCI•SKI A., DZIK S., WOLNY S.:  
Eksperymentalne badania stanu napr••enia w wybranych elementach no•nych

- (ci•gnach) konstrukcji górniczych naczy•nia wydobywczego. XIX Sympozjum Mechaniki Eksperymentalnej Ci••a Sta••ego. Warszawa 2000.
- [2] WOLNY S., ROSNER Z.: Obci••enia dynamiczne w eksploatacji górniczych urz•dze• wyci•gowych. XI Konferencja Naukowa. Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych. Zakopane 1998, s. 429 ÷ 436.
- [3] WOLNY S., DZIK., ROSNER Z.: Ca•kowite obci••enie dynamiczne zawiesze• w pojedynczym cyklu eksploatacyjnym urz•dzenia wyci•gowego. ZN AGH „Mechanika” Nr 3, 1999, s. 395 ÷ 403.
- [4] WOLNY S., CICHOCI•SKI A., DZIK S. i inni: Praca Naukowo-badawcza pt. „Opracowanie kryteriów oceny konstrukcji no•nej naczy• górniczych wyci•gów szybowych w aspekcie przed•u•enia okresu bezpiecznej eksploatacji. Katedra Podstaw Budowy i Eksploatacji Maszyn AGH. Kraków 1999.
- [5] WOLNY S., DZIK S., CICHOCI•SKI A.: Opracowanie kryteriów oceny konstrukcji no•nej naczy• górniczych wyci•gów szybowych w aspekcie przed•u•enia okresu bezpiecznej ich eksploatacji. Zak•ad Wytrzyma•oci Materia•ów i Konstrukcji. Cz. 2. AGH, Kraków 2000.
- [6] WOLNY S., SIEMIENIEC.: Wytrzyma•oci materia•ów. Cz. I. Teoria, Zastosowanie. Wyd. AGH. Kraków. 2000.
- [7] P•ACHNO M.: Zagadnienie drga• poprzecznych naczy• wyci•gowych. ZN Pol. •I., Mechanika z. 113, Gliwice 1989.
- [8] P•ACHNO M.: Zagadnienia wp•ywu dynamiki prowadzenia szybowego na bezpiecze•stwo eksploatacji naczy• wyci•gowych. Bezpiecze•stwo Pracy w Górnictwie, nr 4(81), 1988.
- [9] P•ACHNO M., ROSNER Z.: Mo•liwo•ci wczesnego wykrywania procesów zm•czeniowych w ci•gach naczy• górniczych. Bezpiecze•stwo Pracy i Ochrona •rodowiska w Górnictwie. Miesi•cznik WUG. Wydanie specjalne, Katowice 1997.
- [10] P•ACHNO M.: Metoda pomiaru i analizy drga• poprzecznych naczy• wyci•gowych przydatna do wyznaczania rzeczywistych obci••e• tych naczy• oraz zbroje• szybowych. Zeszyty Naukowo-Techniczne Katedry Transportu Linowego AGH. Zeszyt nr 15. Kraków 1999.
- [11] P•ACHNO M.: Mo•liwo•ci oceny bezpiecze•stwa naczy• i zbroje• szybowych metod• analizy drga• poprzecznych, zmiennych przy naczy•niach. Zeszyty Naukowo-Techniczne Katedry Transportu Linowego AGH. Zeszyt nr 15. Kraków 1999.
- [12] TEJSZERSKA D., SWITO•SKI E.: Modelowanie zjawisk dynamicznych w uk•adach wyci•gowych. Mi•dzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna. Gliwice 1996.
- [13] TEJSZERSKA D., WOJNAROWSKI J.: Symulacja metody wyznaczania si• dynamicznych wielolinowych uk•adach wyci•gowych. Mat. III Konferencji „kierunki Rozwoju Górniczych Urz•dze• Wyci•gowych”. Z. 4, AGH, Kraków 1984.

