

Der goldene Schnitt im Maschinenbau

Betaneli, A. J.; Sanadse, G. O.

Im Sinne der Systemtechnik wird eine statistische Analyse der Zusammenhänge zwischen den Proportionen der Hauptabmessungen moderner Flugzeuge in Abhängigkeit von den Fluggeschwindigkeiten und Machzahlen durchgeführt.

A statistical analysis has been carried out to gain a relation between the main dimensions of modern aircrafts and their flight velocities /mach numbers.

1 Einleitung

In der Architektur, Musik, Geometrie, Mechanik und auch in der Technik, besonders im Maschinenbau, spielen die Proportionen eine sehr wichtige Rolle. Sehr viele moderne Erzeugnisse (Werkzeugmaschinen, Geräte und Baugruppen) sind komplexe Systeme, die aus einer Vielzahl von Bestandteilen zusammengesetzt sind. Bei der Entwicklung von Baureihen /1/ können methodische Hilfsmittel wie z.B. die Ähnlichkeitsgesetze der Mechanik und die Reihengesetze, z.B. die als Normzahlen vorgegebene dezimalgeometrische Reihe, angewendet werden. Die dezimalgeometrische Reihe legt bevorzugte Proportionen fest. Besonders wirkungsvoll ist die Kombination von Baureihen- und Baukastensystemen.

Das Wesen einer Baureihenentwicklung besteht darin, daß man von einer Grundbaugröße der zu entwickelnden Baureihe (Maschine, Baugruppe oder Einzelteil) ausgeht und von dieser weitere Baugrößen nach bestimmten Gesetzmäßigkeiten ableitet. Dabei wird der Ausgangsentwurf als Grundentwurf und die abgeleiteten Baugrößen als Folgeentwürfe bezeichnet /2/.

Von Ähnlichkeiten wird gesprochen, wenn das Verhältnis mindestens einer physikalischen Größe beim Grund- und bei den Folgeentwürfen konstant, d.h. invariabel, bleibt. So ist z.B. geometrische Ähnlichkeit gegeben, wenn stets das Verhältnis aller jeweiligen Längen bei den Folgeentwürfen der Baureihe zum Grundentwurf konstant bleibt /2/.

Proportionen sind nicht nur ästhetische Randbedingungen für die Schönheit einer Konstruktion, sie

haben auch eine exakte technische Effektivität, siehe **Bild 1**.

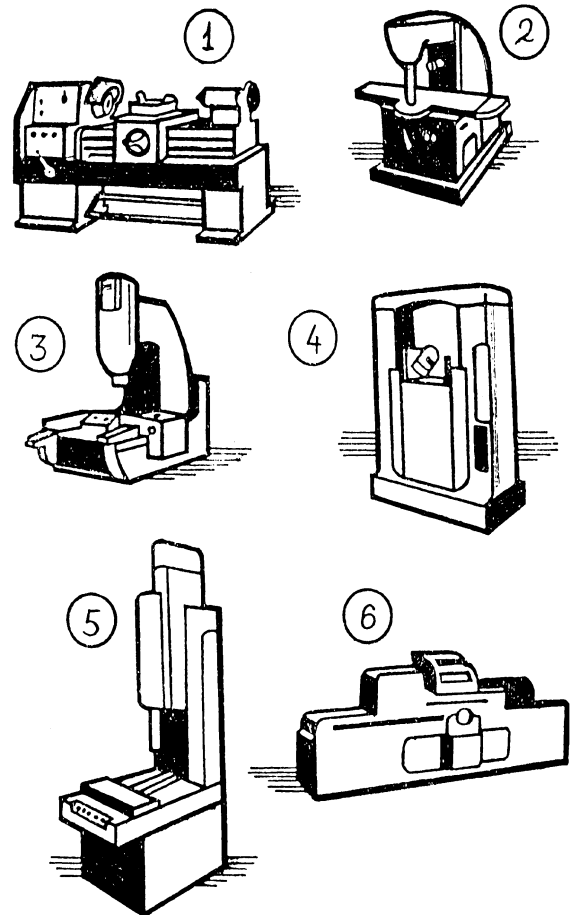


Bild 1: Proportionale Konstruktion von Werkzeugmaschinen /3/; 1-Drehmaschine, 2-Fräsmaschine, 3-Koordinatenausdrehmaschine, 4-Zahnfräsmaschine, 5-Hohndrehmaschine, 6-Schleifmaschine

In der Welt sind verschiedene Proportionen bekannt: arithmetische, geometrische und acht harmonische. Besonders interessant ist die aus uralten Zeiten bekannte harmonische Proportion, die von Leonardo da Vinci der "goldene Schnitt" genannt wurde.

Den Schwerpunkt des goldenen Schnittes kann man mit Hilfe der Reihe von Fibonacci (Leonardo Pisano - Italienischer Mathematiker des XII. Jahrhunderts), der Fibonacci Folgenreihe bestimmen.

Dies ist folgende Zahlenreihe: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,

Sie wird durch das recurrierende Gesetz $a_{n+1}=a_n+a_{n-1}$ bestimmt (jedes Glied der Reihe ist der Summe der beiden vorhergehenden Glieder gleich). Mit Hilfe dieser Reihe kann man den goldenen Schnitt bestimmen. Dazu muß jedes Glied der Reihe durch das vorhergehende dividiert werden. $1:1=1$; $2:1=2$; $3:2=1,5$; $5:3=1,666$; $8:5=1,6$; $13:8=1,625$; $21:13=1,615$; $34:21=1,619$;

Besonders wichtig sind die Abmessungsproportionen, weil sie die Gestaltung der Maschine bestimmen. Die Hauptabmessungen einer Drehmaschine sind auf dem **Bild 2** gezeigt.

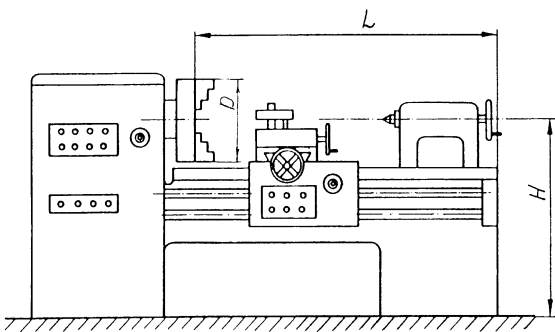


Bild 2: Die Hauptabmessungen einer Drehmaschine /2/; D-Durchmesser, L-Länge, H-Höhe

Aufgrund der sorgfältig durchgeführten Forschungen in /3/ kann man bestätigen, daß die Proportionen der Hauptabmessungen der unterschiedlichen Werkzeugmaschinen, besonders aller modernen Werkzeugmaschinen dem Gesetz des goldenen Schnittes entsprechen.

Diese Gesetzmäßigkeit ist die Grundlage für eine mögliche Gestaltoptimierung der Werkzeugmaschinen. Die Gestaltoptimierung ist besonders wichtig im Bereich der Verkehrstechnik (Autos, Lokomotiven, Fluggeräte und Schiffe). Es ist zweckmäßig auf diesem Bereich unter dem Gesichtspunkt des goldenen Schnittes weitergehende Forschungen zu unternehmen. Wir meinen, daß dies sehr wichtig für diese spezielle Konstruktionsmethodik ist.

In diesem Aufsatz berichten die Verfasser ihre Ergebnisse über die Forschung der Proportionen der Hauptabmessungen von Flugzeugen.

2 Zielsetzung

Das Ziel des Vorhabens war die Untersuchung der Übereinstimmung der Proportionen von Flugzeugabmessungen mit dem Gesetz des goldenen Schnittes. Vom Standpunkt der Systemtechnik aus wurde eine statistische Analyse der Abmessungen moderner Flugzeuge (Herstellung nach dem Jahr 1970) durchgeführt. Die Verhältnisse zwischen den Hauptabmessungen (Spannweite I und Flugzeuglänge L), wurden in Abhängigkeit der Flugeschwindigkeiten v und der Machzahlen M bestimmt. Die Flugzeugabmessungen sind in **Bild 3** gezeigt.

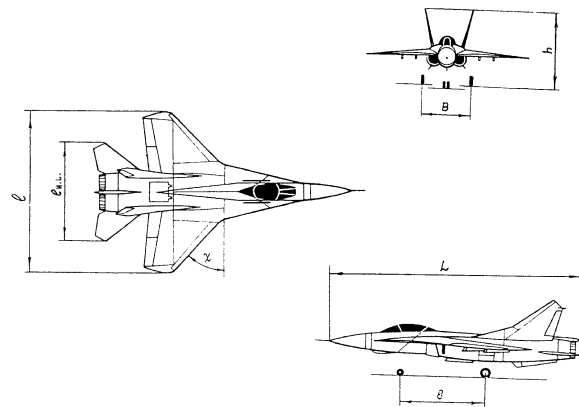


Bild 3: Die Flugzeugabmessungen; I-Spannweite, $l_{H,L}$ -Leitwerkspannweite, χ -Pfeilwinkel, b-Fahrwerkabstand, B-Fahrwerkachsabstand, L-Flugzeuglänge

Hierbei wurden Angaben zu Flugzeugabmessungen nach /4/ und /5/ benutzt.

Für die Bestimmung der Flugzeuggestaltung wurde die Flugzeugdraufsicht, bei Automobilen und Lokomotiven die Seitenansicht und bei Werkzeugmaschinen und Gebäuden die Vorderansicht ausgewertet. Die Flugzeuggestaltung ist von der Flugeschwindigkeit abhängig. Deswegen wurde folgende Klassifizierung eingeführt:

- Ultraleichtflugzeuge $v=$ 60 - 120 km/h
- Kolbenmotorflugzeuge $v=$ 160 - 360 km/h
- Turboprop-Flugzeuge $v=$ 300 - 500 km/h
- Unterschall-manövrierfähige Strahlflugzeuge
 $v=$ 560 - 850 km/h
- Verkehrsflugzeuge $v=$ 630 - 960 km/h
- Überschallflugzeuge (Machzahl $M=1,2$ bis $3,5$)
 $v=$ 1200 - 3500 km/h

3 Erörterung der Ergebnisse der statistischen Analyse

Die Ergebnisse der statistischen Aufbereitung der Proportionen der Flugzeug-Hauptabmessungen ist in **Bild 4** und **5** zu sehen.

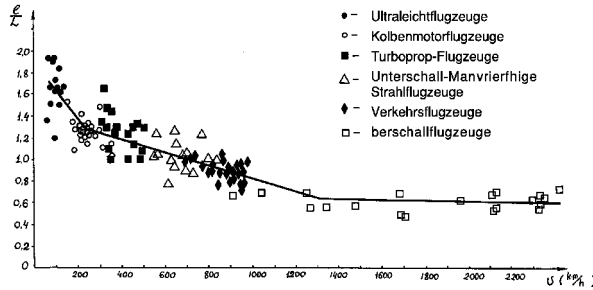


Bild 4: Die Abhängigkeiten der Verhältnisse b/l von den Fluggeschwindigkeiten v in km/h

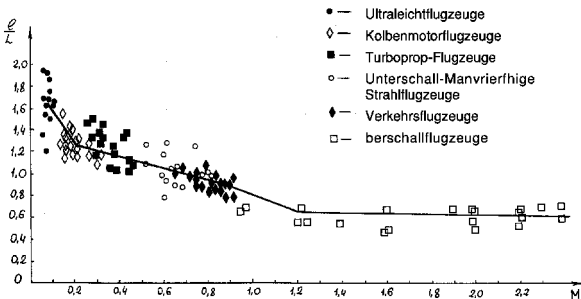


Bild 5: Die Abhängigkeiten der Verhältnisse b/l von den Machzahlen M

In der **Tabelle 1** sind die den **Bildern 4** und **5** zugrundeliegenden Angaben zusammengestellt.

Flugzeuggruppe	Fluggeschwindigkeit v in km/h	Machzahl M	b/l	b/l gemittelt
Ultraleichtflugzeuge	60-120	<1	1,3-1,9	1,6
Kolbenmotorflugzeuge	160-360	<1	1,1-1,5	1,3
Turboprop-Flugzeuge	300-500	<1	1,0-1,5	1,27
Unterschall-manvrierfähige Strahlflugzeuge	560-850	<1	0,8-1,3	1,0
Verkehrsflugzeuge	630-960	<1	0,7-1,1	0,9
Überschallflugzeuge	1200-3500	1,2-3,5	0,4-0,7	0,6

Tabelle 1: Zusammenstellung der Verhältnisse b/l

Es ist bekannt, daß die Schallgeschwindigkeit von der Höhe, der Temperatur und dem Wetter abhängig ist. Auf dem **Bild 5** und in der **Tabelle 1** sind die Machzahlen für die Bedingungen der internationalen Standardatmosphäre berechnet worden (Durchschnittlich für die Troposphäre und die Stratosphäre). Besonders beachtenswert ist das Ergebnis der statistischen Analyse der Proportionen der Hauptabmessungen für die Ultraleichtflugzeuge und die Überschallflugzeuge, beide entsprechen dem Gesetz des goldenen Schnittes. Auf den **Bildern 4**

und **5** ist die Kurve im Bereich der Überschallflugzeuge gering gestreut und parallel zur Abszissenachse. Außerdem muß beachtet werden, daß für Überschallflugzeuge $l < L$ ist. Deswegen sind die Verhältnisse L/l abhängig von der Machzahl in **Bild 6** dargestellt.

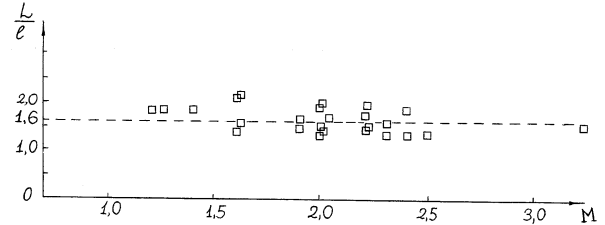


Bild 6: Die Abhängigkeiten der Verhältnisse L/l von den Machzahlen der Überschallflugzeuge

Für Überschallflugzeuge ist das durchschnittliche Verhältnis $L/l=1,6$. Das bedeutet, daß die Proportionen der Hauptabmessungen dem Gesetz des goldenen Schnittes entsprechen. Dabei sind folgende Überschallflugzeuge besonders hervorzuheben: MIG 25 (ehemals UdSSR), F-4 (USA), Mirage 2000 (Frankreich).

Nach Auswertung der statistischen Analyse kann für steigende Fluggeschwindigkeiten folgende Tendenz formuliert werden: Für Unterschallflugzeuge (Ultraleichtflugzeuge, Kolbenmotorflugzeuge, Turboprop-Flugzeuge) wächst die Spannweite gegenüber der Länge. Für unterschall-manövrierfähige Strahlflugzeuge verhalten sich die Länge und die Spannweite näherungsweise proportional. Für Überschallflugzeuge ist die Längenabmessung größer als die Spannweite, siehe **Bild 7**.

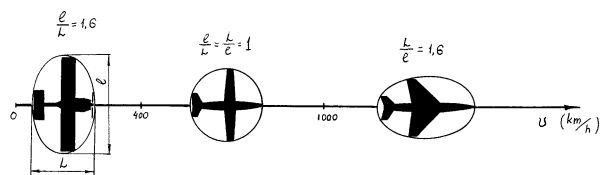


Bild 7: Die Veränderung der Hauptabmessungen der Flugzeuge in Abhängigkeit von den Fluggeschwindigkeiten v in km/h

Zu den Ultraleichtflugzeugen kann folgendes bemerkt werden: Die Proportionen der Hauptabmessungen entsprechen exakt dem Gesetz des goldenen Schnittes. In Georgien haben junge Ingenieure, die ehemaligen Studenten des Lehrstuhls für Flugzeugbau der Georgischen Technischen Universität Tbilissi, das Ultraleichtflugzeug "Spilo" konstruiert

und in der Flugzeugfabrik Tbilissi hergestellt. Die Proportionen der Hauptabmessungen dieses Flugzeuges entsprechen exakt dem Gesetz des goldenen Schnittes ($l/L=8,6/5,3=1,6226415$).

Aus diesen Ergebnissen kann man schließen, daß die Proportionen der Hauptabmessungen moderner Flugzeuge, besonders von Ultraleicht- und Überschallflugzeugen exakt dem Gesetz des goldenen Schnittes entsprechen. Für den Entwurf neuer Ultraleicht- und Überschallflugzeuge kann das Gesetz des goldenen Schnittes sinnvoll angewendet werden. Aufgrund der Tendenz auch im Bereich der Verkehrsflugzeuge Überschallgeschwindigkeiten zu erreichen, sollte hier in Zukunft bei der Wahl der Proportionen nach den Regeln des goldenen Schnittes konstruiert werden.

Die Ergebnisse der hier vorliegenden Untersuchungen können die Optimierung des geometrischen Modells des Flugzeugentwurfs unterstützen. Die Bedeutung des geometrischen Modells wird besonders deutlich bei der Konzeptgestaltung des Flugzeugs. Entsprechend kann bei Einsatz eines CAD-Systems die Optimierung des funktionalen Blocks "Geometrie" unterstützt werden.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Im Sinne der Systemtechnik wurde eine statistische Analyse der Zusammenhänge zwischen den Proportionen der Hauptabmessungen (Verhältnis zwischen der Spannweite l und der Flugzeuglänge L) moderner Flugzeuge (Herstellung nach dem Jahr 1970) in Abhängigkeit von den Fluggeschwindigkeiten und Machzahlen durchgeführt.

Die wissenschaftliche Neugier besteht in dem Nachweis der Übereinstimmung der Proportionen der Hauptabmessungen mit dem Gesetz des goldenen Schnittes, besonders für Ultraleicht- und Überschallflugzeuge. Für Unterschallflugzeuge wurde das Verhältnis l/L und für Überschallflugzeuge das Verhältnis L/l bestimmt.

Der praktische Nutzen besteht in der gezielt möglichen Optimierung des geometrischen Modells von Flugzeugen nach der Methode des goldenen Schnittes. Die Bedeutung des geometrischen Modells wird besonders deutlich bei der Konzeptgestaltung des Flugzeugs. Entsprechend kann bei Einsatz eines CAD-Systems die Optimierung des

funktionalen Blocks "Geometrie" unterstützt werden.

5 Literatur

- /1/ Dietz, P.: Institutsmittteilung Nr. 13, IMW Clausthal 1988
- /2/ Pahl, G.; Beitz, W.: Konstruktionslehre, Methoden und Anwendung; 3. Auflage; Springer 1993
- /3/ Powileiko, R.P.: Die Architektur der Maschinen; Nowosibirsk 1974
- /4/ Kopenhagen, W.; Neustadt, R.: Das grosse Flugzeugtypenbuch; 4. Auflage; Berlin VEB Verlag für Verkehrswesen; Transpress 1987
- /5/ Katonai repülögépek és helikopterek; Tipuskönyv; Szentesi György; Zrinyi Katonai Kiado; Budapest 1987