

Verschleiß und Lebensdauer von Zahnwellen-Verbindungen

Schäfer, G.:

Gestaltfestigkeit, Verschleiß und Lebensdauer als gleichwertige Dimensionierungsgrundlagen. Ein dazu entwickelter spezieller Ansatz zur Lebensdauerberechnung von Zahnwellenverbindungen.

Fatigue, friction wear and lifetime as equivalent calculation bases. A special calculation method for lifetime determination of involutesplines.

1 Prinzipielles Verschleißverhalten

Der Verschleiß und die sich daraus ergebende Lebensdauer sind neben der klassischen Gestaltfestigkeitsbetrachtung die Dimensionierungsgrenzen für Zahn- und Keilwellen-Verbindungen. Das IMW führte und führt zu diesem Thema umfangreiche Prüfstandsuntersuchungen durch, die von entsprechenden theoretischen Überlegungen flankiert werden. Der folgende Artikel stellt einen kleinen Ausschnitt dieser Arbeiten dar.

Als Einführung für die theoretischen Untersuchungen sollen zunächst die drei Verschleißbereiche, **Bild 1**, erläutert werden.

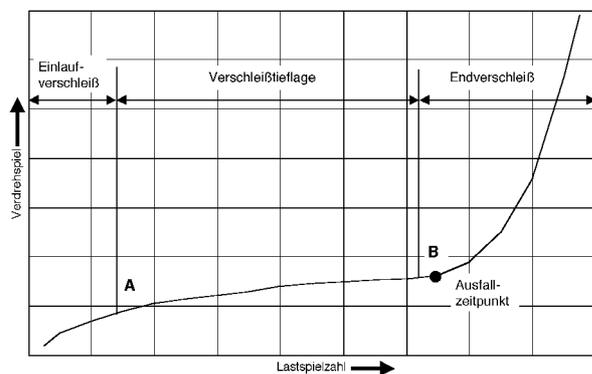


Bild 1: Prinzipieller Verschleißverlauf /1/

Der Einlaufverschleiß stellt die erste Verschleißphase dar, sie reicht vom Laufzeitbeginn bis zum Punkt A. Diese Phase ist durch mehrere lastausgleichende Vorgänge gekennzeichnet. Zum einen werden die bei realen spanend hergestellten Zahnwellen-Verbindungen vorhandenen Oberflächenrauigkeiten eingeebnet. Im Fall einer umformtechnisch erzeugten Zahnwelle werden noch die Rauigkeiten auf den üblicherweise nur spanend erzeugten Nabenflanken geglättet. Dieser plastische Umformvorgang findet zu Beginn des Einlaufverschleißes statt

und wirkt sich lastvergleichmäßig aus. Die notwendigen plastischen Verformungen sind nach /2/ im Bereich bis 10^{-3} mm bei Stahlwerkstoffen grundsätzlich möglich, unabhängig davon, ob sich das Material makroskopisch spröde oder plastisch verhält. D.h. auch bei gehärteten Oberflächen ist dieser Ausgleichsvorgang möglich. Durch die anfängliche Punktberührung der Flanken an den Oberflächenspitzen, kommt es zu lokal begrenzten Flächenpressungen in der Größe der Fließspannung des weicheren Flankenwerkstoffes. Während des Einlaufvorganges werden diese Spannungspitzen durch Fließ- und Abrasionsvorgänge abgebaut. Im klassischen Sinn handelt es sich bei der Einebnung von Oberflächenrauigkeiten nicht um Verschleiß. Da die Auswirkungen auf die Zahnwellen-Verbindung als Verbindungselement identisch mit denen eines minimalen Verschleißbetrages sind, wird die Einebnung global wie ein Verschleißbetrag behandelt.

Der zweite lastausgleichende Vorgang in den realen Zahnwellen-Verbindungen ist der Ausgleich von relativen Verzahnungsabweichungen zwischen Wellen- und Nabenverzahnung. Dieser Ausgleich findet durch klassische Adhäsions- und Abrasionsverschleißvorgänge statt. Bei diesen Abweichungen kann es sich z.B. um Teilungsabweichungen oder Flankenlinienabweichungen handeln. Der Ausgleich findet nicht absolut sondern nur relativ statt, da das Gegenstück, Welle oder Nabe, auch mit den Abweichungen eines Serienteils hergestellt ist.

Der dritte lastausgleichende Vorgang innerhalb der Einlaufverschleißphase ist nicht nur auf reale Verzahnungen beschränkt, sondern würde grundsätzlich auch bei idealen, abweichungsfreien Verzahnungen, auftreten. Durch die endliche Breitenausdehnung der Zahnwellen-Verbindungen kommt es an den Verbindungsändern zu einer Lastüberhöhung, allgemein als Kantenträgen bekannt. Diese Lastüberhöhung führt lokal zu erhöhtem Verschleiß und in dessen Folge zu ebenso lokal begrenztem Absinken der Belastung. In **Bild 2** ist dieser Vorgang qualitativ dargestellt. Die integrale Belastung der Flanke bleibt dabei konstant, es findet lediglich

eine Vergleichmäßigung über der Verbindungsbreite statt.

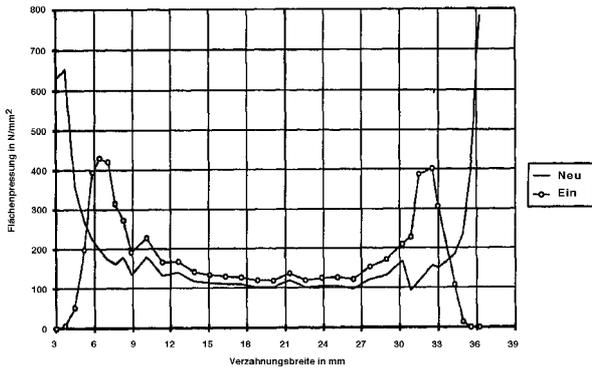


Bild 2: Flächenpressungsverteilung über der Verzahnungsbreite im Neuzustand und nach dem Einlauf /1/

Diese drei Vorgänge innerhalb der Einlaufverschleißphase sind in **Bild 3** gut zu erkennen. Auffällig ist der fast kontaktlose Bereich etwas exzentrisch von der Verzahnungsmittle. Hier sind nur die Oberflächenrauigkeiten weitestgehend eingeebnet. In den sich daran nach beiden Seiten anschließenden glänzenden Bereichen ist es neben einer vollständigen Einebnung der Rauigkeiten auch schon zu geringen Verschleißerscheinungen gekommen, die weiter zu den Verbindungsändern hin noch zunehmen und dort ihr charakteristisch stumpfes Aussehen haben.



Bild 3: Flankenoberfläche in der Einlaufverschleißphase /1/

Genauere Untersuchungen dieser stumpfen Bereiche über der Laufzeit ergaben in Übereinstimmung mit /3/, daß unabhängig von der Ausgangsrauhtiefe eine Grenzrauhtiefe erreicht wird. Die dabei entstehenden Oberflächennarben, **Bild 4**, sind Flach und weisen keine scharfen Kerben auf, ihre Kerbwirkung ist daher zu vernachlässigen.

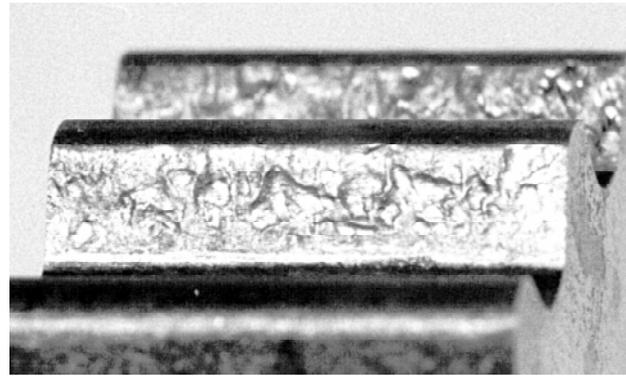


Bild 4: Flankenoberfläche in der Endverschleißphase /1/

Ähnlich wie bei der Untersuchung der Flankenpassungen durch Zapf /4/ ist für das Reibkorrosionsverhalten auch die Ausgangsrauhtiefe der Flankenoberflächen unbedeutend. Durch die sich einstellende einheitliche Grenzrauhtiefe konnten von /3/ in **Bild 5** keine Unterschiede in den erreichten Reibdauerhaltbarkeiten für die beiden Ausgangsrauhtiefen $R_t = 5 \mu\text{m}$ und $R_t = (23 \pm 2) \mu\text{m}$ festgestellt werden.

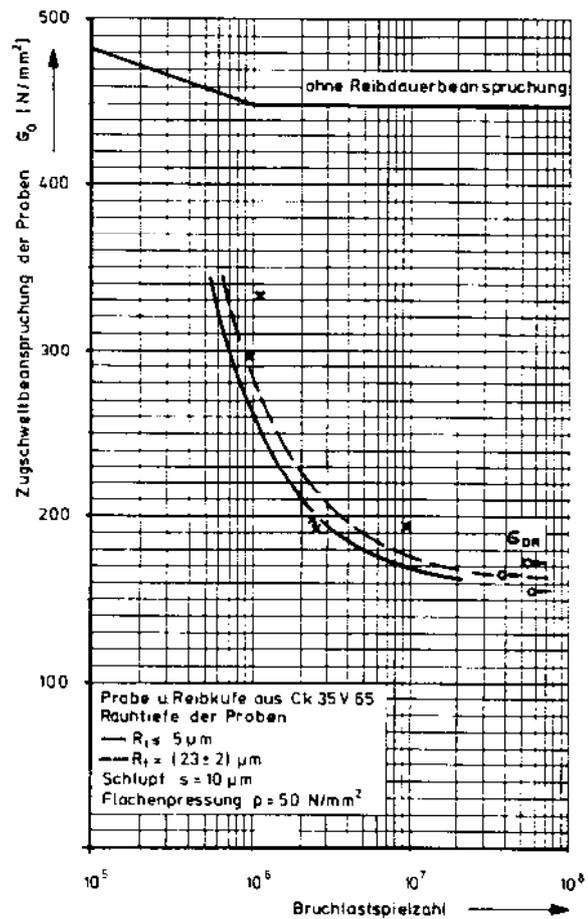


Bild 5: Rauhtiefeneinfluß auf die Reibdauerhaltbarkeit /3/

Als Ergebnis dieser Betrachtungen kann festgestellt werden, daß die wirtschaftlicher zu produzierenden Zahnwellen-Verbindungen mit größeren Spielpassungen und Oberflächenrauigkeiten durchaus nicht die technisch minderwertigeren Verbindungen sind. In einer Gesamtbewertung können sie z.B. in Verbindung mit einer Ölschmierung sogar die technisch-wirtschaftlich beste Lösung darstellen.

Die Einlaufverschleißphase ist relativ kurz und durch instationäre Lastverhältnisse gekennzeichnet. Eine Tragfähigkeitsberechnung findet aus diesen Gründen für diese erste Lebensphase der Zahnwellen-Verbindung nicht statt. Dennoch ist die Kenntnis der darin ablaufenden Vorgänge sehr bedeutsam für die Berechnung der Flankenlasten und Flächenpressungen in der anschließenden Verschleißtieflage.

Die Verschleißtieflage (vergl. **Bild 1**) ist der technisch bedeutsamste Bereich, da er im Regelfall mindestens 50% der Gesamtlebensdauer darstellt. Diese zweite Lebensphase der Zahnwellen-Verbindungen ist durch einen geringen konstanten Verschleiß gekennzeichnet. Es handelt sich fast ausschließlich um Adhäsions- und Abrasionsverschleiß mit entsprechenden Reibrostanteilen, **Bild 6**.

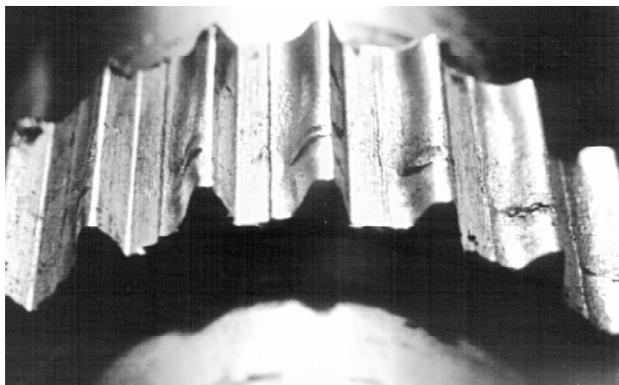


Bild 6: Durch überwiegende Drehmomentbelastung verschlissene Zahnwelle /1/

Bei axial bewegten Verbindungen ist der Verschleiß auch konstant, liegt aber höher und hat einen geringeren Reibrostanteil. Reibkorrosionsvorgänge sind nach /3/ auf einen Relativverschiebungsbereich bis $50\mu\text{m}$ beschränkt. Ab $20\mu\text{m}$ beginnt der abrasive Verschleiß wirksam zu werden. Dadurch werden Oberflächenbereiche mit Mikroanrissen zunehmend schneller abgetragen, als sich der Mikroanriss ausbreiten kann. Relativverschiebungen im rein elastischen Bereich (etwa $2\mu\text{m}$) rufen keine Reibkorrosion hervor. Der lineare Verschleißanstieg in der Verschleißtieflage erlaubt eine Lebensdauerab-

schätzung anhand des abgetragenen Verschleißvolumens /4/. Die rechnerische Auslegung einer Zahnwellen-Verbindung erfolgt daher bis zum Ende der Verschleißtieflage sinnvollerweise durch einen Tragfähigkeitsnachweis nach DIN 5466 in Kombination mit der darin beschriebenen Lebensdauerabschätzung nach dem Verschleißvolumen.

Die letzte Lebensphase der Zahnwellen-Verbindungen stellt der Endverschleiß dar. Er ist durch einen exponentiellen Anstieg der Verschleißkurve gekennzeichnet. Der bestimmende Verschleißmechanismus in dieser Phase ist der Ermüdungsverschleiß. **Bild 7** aus /1/ zeigt einen Schliff senkrecht zur Flankenoberfläche, in dem ein Ermüdungsanriß zu erkennen ist.

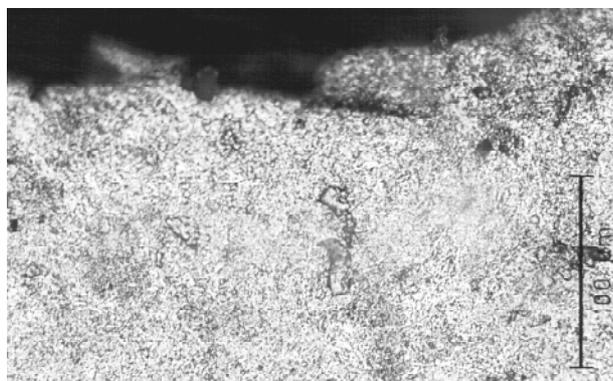


Bild 7: Schliffbild mit Anriß einer Zahnflanke /1/

Nach wenigen weiteren Umdrehungen kommt es an solchen Stellen zum Ausbrechen größerer Flankenpartikel. Neben dem Ermüdungsverschleiß tritt abhängig vom ideellen Radius zusätzlich Adhäsions- und Abrasionsverschleiß auf. Das Zusammenwirken dieser Verschleißmechanismen führt zu sehr großen Verschleißbeträgen pro Umdrehung. Rechnerisch ist dieses Zusammenwirken nur näherungsweise erfaßbar und dabei mit sehr großem Aufwand für die Parameterbestimmung verbunden. In Anbetracht der nur geringen zeitlichen Ausdehnung der Endverschleißphase und dem Umstand, daß die Zahnwellen-Verbindung wesentliche Funktionen wie Zentrieren und zum Teil auch ihre Tragfähigkeit verloren hat, sind Lebensdauer- und Tragfähigkeitsberechnungsversuche hier verfehlt. Unbedingt notwendig ist aber die Betrachtung der Ermüdungsfestigkeit für die Berechnung des Übergangspunktes B in **Bild 1** zwischen Verschleißtieflage und Endverschleiß. Ohne die Festlegung dieses Übergangspunktes kann weder die Gültigkeit der Berechnungen in der Verschleißtieflage abgesichert werden, noch eine maximal erreichbare Lebensdauer angegeben werden. Die notwendigen Be-

rechnungsgrundlagen dazu, werden nachfolgend erarbeitet.

2 Spannungszustand in der Flanke

Ausgehend von **Bild 7** sollen in diesem Kapitel die mechanischen Hintergründe des beobachteten Flankenabrißes kurz erläutert werden.

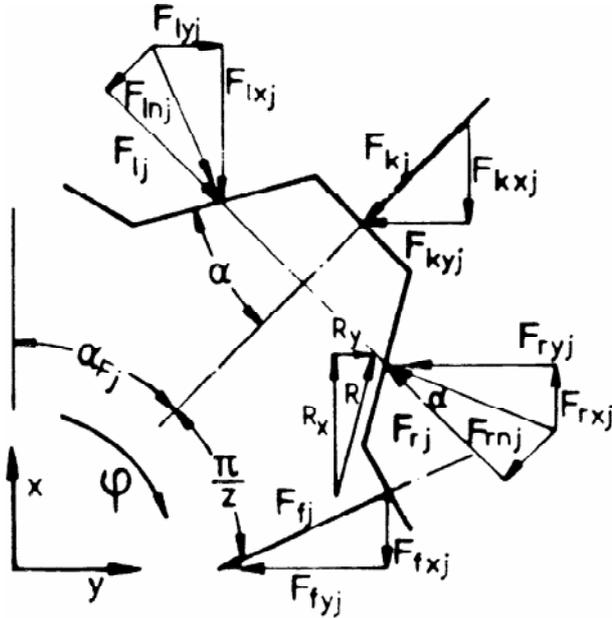


Bild 8: Zahnkraftkomponenten mit Reibung allgemein /4/

Allgemein können die in **Bild 8** in Komponenten dargestellten Zahnkräfte an den Zähnen einer reibungsbehafteten Zahnwellen-Verbindung wirken. Bei der für diese Untersuchungen betrachteten flankenzentrierten Zahnwellen-Verbindung mit Schiebesitz nach DIN 5480 treten die Kopfzentrierungskräfte F_k und Fußzentrierungskräfte F_f nicht auf. Durch ausreichendes Kopf- und Fußspiel wird dies in der Praxis sichergestellt. Desweiteren treten bei den Verbindungen mit Schiebesitz, d.h. mittleres Verdrehflankenspiel $j_{tm} > 0$, bei überwiegender Drehmomentbeanspruchung nur noch an der der Drehmomentenrichtung zugeordneten Flanke Zahnkräfte F_r auf. Im Realfall mit Reibung zwischen den Wellen- und Nabenflanken treten die über den Reibungskoeffizienten zugeordneten Reibungskräfte R an den drehmomentbelasteten Flanken auf. Die allgemeine Darstellung der Zahnkräfte, **Bild 8**, kann damit für die folgenden Betrachtungen auf die spezielle Form in **Bild 9** reduziert werden.

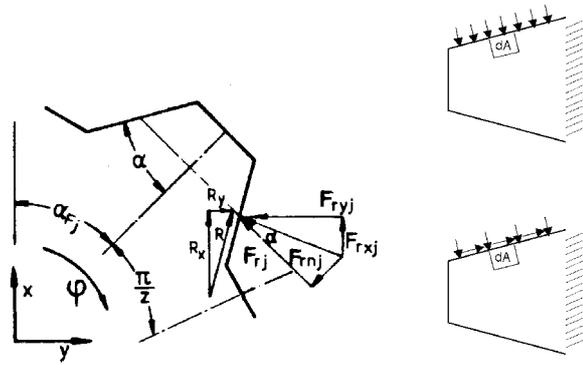


Bild 9: Zahnkraftkomponenten mit Reibung für flankenzentrierte Zahnwellen-Verbindungen unter Drehmomentbelastung

In Bezug auf den Flankenabriß aus **Bild 7**, der direkt in der Flankenoberfläche liegt, soll ausgehend von den Flankennormal- und Reibbeanspruchungen der Spannungszustand in dem Flankenoberflächenelement dA , **Bild 9**, untersucht werden. Der in **Bild 7** vorliegende Prüfkörper wurde aus einer Verbindung entnommen, die ohne Axialbewegung gelaufen ist. Entsprechend wird ein ebener Spannungszustand in dem Flächenelement dA vorausgesetzt.

- Im ersten Schritt wird eine reine Flankennormalbeanspruchung angenommen, d.h. es treten keine Reibungskräfte an den Flanken auf, **Bild 9** oben. Dieser Grenzfall stellt zunächst eine weitere Vereinfachung dar, die für die ideale (abweichungsfreie) Verbindung unter reiner Drehmomentbelastung gültig ist, und somit auf reale Verbindungen als Grenzwert übertragen werden kann.

In **Bild 10** ist das Element dA aus der Flanke herausgelöst und mit den entsprechenden Schnittreaktionen dargestellt.

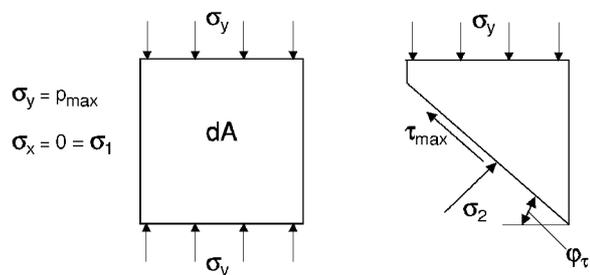


Bild 10: Schnittreaktionen am Flächenelement ohne Reibung

Durch die reine Flankennormalbeanspruchung treten ausschließlich Druckspannungen σ_y senkrecht zur Flankenoberfläche auf. Sie sind in der Größe

durch die maximale Flankenpressung festgelegt, $\sigma_y = p_{max}$. Voraussetzungsgemäß sind keine Reibkräfte vorhanden, sodaß weder an der Flankenoberfläche Schubspannungen noch an den übrigen Elementkanten zugeordnete Schubspannungen auftreten, $\tau_{yx} = \tau_{xy} = 0$.

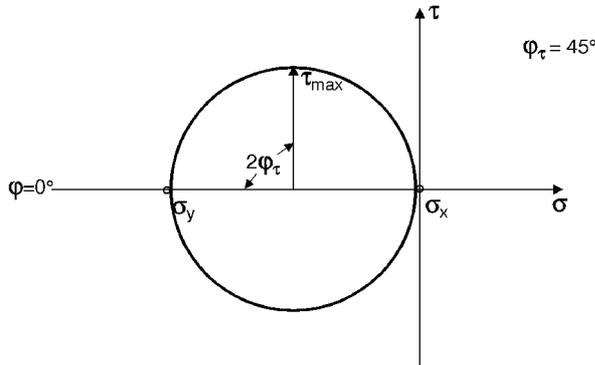


Bild 11: Mohr'scher Spannungskreis ohne Reibung

Der entsprechende Mohr'sche Spannungskreis ist in **Bild 11** dargestellt. Die maximale Schubspannung tritt unter einem Winkel von $\varphi_\tau = 45^\circ$ zur Flankenoberfläche auf. Dieser Winkel stellt den oberen Grenzwert für den schubspannungsfreien Fall dar. In **Bild 7** wird dieser Wert nicht erreicht, dies ist auf die von der idealen Verbindung abweichenden Bedingungen zurückzuführen.

- Im zweiten Schritt wird zur Erfassung dieser realen Bedingungen zusätzlich eine Flankenreibungskraft eingeführt, **Bild 9** unten. Unter den oben gemachten Voraussetzungen ohne Axialbewegung kann auch hier von einem ebenen Spannungszustand ausgegangen werden.

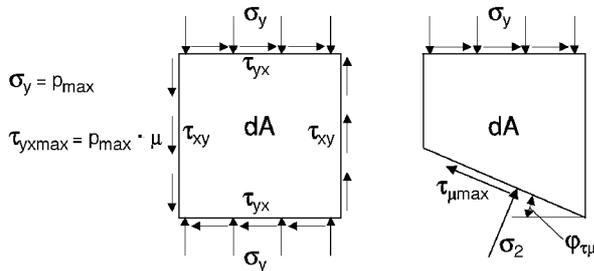


Bild 12: Schnittreaktionen am Flächenelement mit Reibung

Das Flächenelement dA , **Bild 12**, ist wiederum durch die Druckspannung $\sigma_y = p_{max}$ belastet. Zusätzlich tritt im Reibungsfall an der Flankenoberfläche die Schubspannung τ_{yx} auf, der über die Gleichgewichtsbedingungen am Flächenelement dA die Schubspannungen τ_{xy} und τ_{yx} an den übrigen drei Kanten zugeordnet sind. Die Schubspan-

nung τ_{yx} kann über die vorliegende Flächenpressung p_{max} und den Reibungskoeffizienten μ bestimmt werden, gemäß $\tau_{yxmax} = p_{max} \cdot \mu$. Diese Formel ist für die Betriebszustände I und II gültig. Im Betriebszustand III, $R_1 > R_{Igrenz}$, ist das Produkt aus Flächenpressung, Fläche und Reibungskoeffizient größer als die angreifende Querkraft. Es treten theoretisch keine Relativbewegungen zwischen Wellen- und Nabenflanken auf und die Schubspannung $\tau_{yxgrenz}$ ist im Betriebsbereich III durch die Querkraft Q begrenzt, gemäß:

$$\tau_{yxgrenz} = Q/A$$

Damit gilt für die am Flächenelement dA angreifende Schubspannung τ_{yx}

$$0 < \tau_{yx} \cdot \tau_{yxmax} = p_{max} \cdot \mu$$

mit der zusätzlichen theoretischen Begrenzung im Betriebsbereich III

$$\tau_{yx} \cdot \tau_{yxgrenz} = Q/A$$

In **Bild 13** ist ein entsprechender Mohr'scher Spannungskreis mit $\tau_{yx} \neq 0$ dargestellt. Die maximale Schubspannung tritt hier unter einem Winkel $0 < \varphi_{\tau\mu} < 45^\circ$, abhängig von der Oberflächen-Schubspannung, auf. Je größer die Oberflächen-Schubspannung ist, desto kleiner wird der Winkel $\varphi_{\tau\mu}$, d.h. desto flacher verläuft der Riß in der Flankenoberfläche.

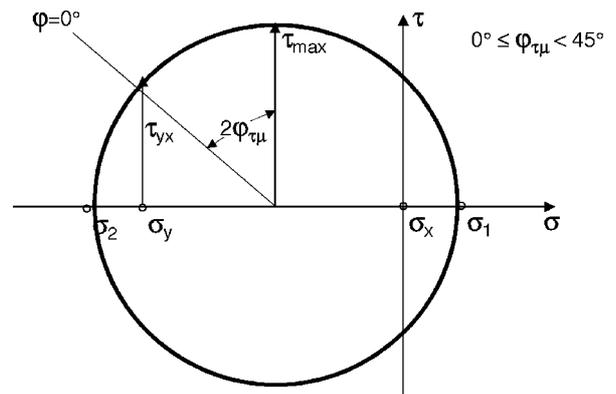


Bild 13: Mohr'scher Spannungskreis mit Reibung

Die theoretische Begrenzung der Schubspannung im Betriebsbereich III

$$\tau_{yx} \cdot \tau_{yxgrenz} = Q/A$$

geht von einer explizit von Außen an der Zahnwellen-Verbindung angreifenden Querkraft aus. Eine solche Querkraft ist unabhängig von dem zu übertragenden Drehmoment. Die real vorliegenden Ein-

satzfälle weichen von diesem theoretischen Fall speziell bei flankenzentrierten Zahnwellen-Verbindungen ab. Abhängig von der Höhe der Drehmomentbelastung wirkt die Flankenzentrierung zwischen Außen- und Innenverzahnung. Mit steigendem Drehmoment gleichen sich die beiden Verzahnungsachsen an. Problematisch sind in diesem Zusammenhang die Fluchtungsabweichungen der Achsen der beiden zu verbindenden Bauteile sowie die Abweichungen zwischen den Bauteilachsen und den zugehörigen Verzahnungsachsen. Mit steigendem Drehmoment erzwingen diese geometrischen Abweichungen größer werdende Rückstellquerkräfte in flankenzentrierten Verbindungen, d.h. die Querkräfte sind in den meisten realen Fällen abhängig von der Drehmomentbelastung. Als Fazit dieser Betrachtungen kann für technische Berechnungen die Empfehlung gegeben werden, die Begrenzung im Betriebsbereich III $\tau_{yx\text{grenz}}=Q/A$ zu vernachlässigen. Damit kann die Schubspannung für Dimensionierungen und Festigkeitsnachweise in allen drei Betriebsbereichen berechnet werden:

$$0 < \tau_{yx} \leq \tau_{yx\text{max}} = p_{\text{max}} \cdot \mu$$

Aus diesen Betrachtungen des reibungsfreien und reibungsbehafteten Flankenkontaktes wird auch deutlich, daß neben der Flächenpressung der Reibungskoeffizient im Kontakt einen erheblichen Einfluß auf die Werkstoffbelastung hat. Eine Verdoppelung des Reibungskoeffizienten bedeutet ca. die 1,5-fache Schubspannungsbelastung. /3/, dessen Reibkorrosionsuntersuchungen dem Flankenkontakt bei Zahnwellen-Verbindungen sehr ähnlich sind, hat für die trockene Reibung von Stahl auf Stahl Reibungskoeffizienten von $\mu=0,7 \pm 0,3$ ermittelt. Fettgeschmierte Paarungen (SHELL Fett IV) lagen ebenso bei $\mu=0,7$. Günstigere Werte wurden nur mit Öl $\mu=0,15 \dots 0,3$ und einer relativ dicken zwischengelegten PTFE-Folie $\mu=0,13$ erreicht. Die dicke PTFE-Folie führte über ihren geringen Reibungskoeffizienten in Verbindung mit ihrer lastausgleichenden Funktion zu den geringsten Schubbeanspruchungen und der höchsten Lebensdauer.

3 Belastungsermittlung

Für die Berechnung der Belastungen, die in den drei Betriebsbereichen auftreten, wurden in DIN 5466 grundlegende Berechnungsmethoden angegeben. Mit Hilfe dieser Formeln kann die maximale Flankenkraft und -pressung berechnet werden, unter Berücksichtigung der Belastungskombination

aus Drehmoment und Querkraft, sowie der Verzahnungsabweichungen und der Breitenlastverteilung. Ausgehend von der maximalen Flankenpressung und -kraft sind der vorgeschlagene Tragfähigkeitsnachweis und die Verschleißberechnung durchführbar. Offen bleibt in diesem Zusammenhang aber noch die Berechnung des Übergangspunktes von der Verschleißtieflage in den Endverschleiß. Aufgrund der elementaren Wichtigkeit der Kenntnis dieses Punktes für die Auslegung der Zahnwellen-Verbindungen wird im folgenden hierzu ein erweiterter Berechnungsansatz entwickelt.

Neben dem Adhäsions- und Abrasionsverschleiß tritt in der Endverschleißphase der Ermüdungsverschleiß als dominierender Verschleißmechanismus auf. Der Ermüdungsverschleiß kann rechnerisch mit den Mitteln der Betriebsfestigkeit bestimmt werden /5/. Den grundlegenden Fall stellt der Vergleich der Beanspruchungen mit der Beanspruchbarkeit nach den Wöhlerlinien der Welle-Nabe-Werkstoffe dar. Zu diesem Zweck müssen die Beanspruchungen getrennt nach Mittel- und Ausschlagspannung angegeben werden. Die in der DIN 5466 angegebene Berechnung der Maximalbeanspruchung, muß für die jeweiligen Betriebszustände, separat für die Mittel- und Ausschlagspannung entwickelt werden. Die bestehenden Grundlagen zur Lastverteilung in Umfangs- und Breitenrichtung bleiben gültig und werden genutzt.

Die Belastungszusammensetzung einer Zahnwellen-Verbindung ist durch äußere und innere Faktoren bestimmt. Zu den äußeren Faktoren zählen die Drehmoment- und Querkraftbelastung durch Spannkräfte an Riemenscheiben oder Zahnkräfte an Wechselrädern sowie z.B. die resultierenden Belastungen aus Fluchtungsfehlern der beiden zu verbindenden Wellen. Die inneren Faktoren beschreiben die Belastungen durch z.B. Teilungs- und Linienabweichungen, allgemein durch Verzahnungsabweichungen. Die Belastungen durch innere Faktoren sind im allgemeinen nur von der Einbaustellung /6/ der Welle in der Nabe abhängig, d.h. drehwinkelinvariant und erscheinen dadurch nur in der Mittelspannung.

In **Bild 14** ist der Einfluß solcher drehwinkelinvarianter Faktoren, z.B. Teilungsabweichungen, zu erkennen. Auf der Abszisse sind die einzelnen Zahnlasten einer Verbindung mit 44 Zähnen über dem Umfang abgewickelt dargestellt.

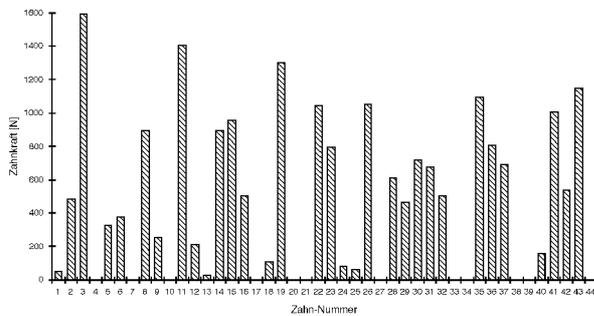


Bild 14: Zahnkräfte in einer Zahnwellen-Verbindung 113x2,5x30x44 DIN 5480 bei einer Verzahnungsqualität IT 8

Die Belastungen durch äußere Faktoren finden sowohl in der Mittelspannung als auch in der Ausschlagspannung ihren Eingang. Speziell die Querkraftbelastungen und die auf sie reduzierbaren Auswirkungen von z.B. Fluchtungsabweichungen erzeugen bei umlaufenden Verbindungen Ausschlagspannungen. Die äußere Belastung durch das zu übertragende Drehmoment ist, abhängig von der ihm eingprägten Dynamik, in vielen Fällen für die Auslegung als annähernd statisch in der Größe des Nennmomentes anzunehmen. Die Berücksichtigung mehrstufiger Belastungen ist in diesem Stand der Berechnungsentwicklung noch nicht enthalten. Eine Erweiterung der Berechnungsgrundlagen in dieser Richtung ist unter Beibehaltung der jetzigen Grundstruktur möglich. Unter den gemachten Voraussetzungen ergibt sich aus der äußeren Drehmomentbelastung ein Mittelspannungsanteil. Die bisher verbal zusammengestellten Belastungskomponenten können auch formelmäßig dargestellt werden. Die Formel für den Einfluß der Lastverteilung über dem Verbindungsumfang aus DIN 5466 kann getrennt für die Einflüsse aus Querkraft und Drehmoment mit den zugehörigen Verzahnungskenngrößen dargestellt werden als:

$$k_R = 1 + k_{RQ} + k_{RT}$$

mit

$$k_{RQ} = \frac{Y_a \cdot Q}{Q_{Bez}} \cdot \left(1 + \frac{Y_b \cdot j_{lm}}{p} \right)$$

und

$$k_{RT} = \frac{Y_c \cdot F_p}{p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Y_d \cdot T}{T_{Bez}}}$$

Der Mittlastanteil kann unabhängig von den drei Betriebszuständen berechnet werden nach:

$$F_a = \frac{T}{r_w \cdot Z} \cdot (1 + k_{RT})$$

Für die Ausschlaglastanteile muß in die drei bekannten Betriebsbereiche unterschieden werden:

Betriebszustand I:

$$F_a = \frac{T}{r_w \cdot Z} \cdot k_{RQ} + (1 - G) \cdot \frac{Q}{f_G \cdot Z} \cdot k_R$$

Betriebszustand II:

$$F_a = \frac{T}{r_w \cdot Z} \cdot k_{RQ} + (1 - \mu) \cdot \frac{Q}{f_G \cdot Z} \cdot k_R$$

Betriebszustand III:

$$F_a = \frac{T}{r_w \cdot Z} \cdot k_{RQ}$$

Aus den Mittel- und Ausschlag-Flankennormallastanteilen können die zugehörigen Flankenpressungen berechnet werden.

$$p_m = \frac{F_m \cdot \cos \alpha_w}{b \cdot h_w}$$

und

$$p_a = \frac{F_a \cdot \cos \alpha_w}{b \cdot h_w}$$

mit der gemeinsamen Zahnbreite b von Welle und Nabe und der wirksamen Flankenhöhe

$$h_w = \frac{d_{a1} - |d_{a2}|}{2}$$

4 Berechnungsbeispiel

In diesem Kapitel sollen die bisher aufgestellten Theorien anhand von Beispielrechnungen für die Zahnwellen-Verbindung 45x2x30x21 DIN 5480 angewendet und überprüft werden. Den Beispielrechnungen liegt eine einheitliche Flächenpressung von $p = 37 \text{ N/mm}^2$ nach DIN 5466E Ausgabe 1986 zugrunde. Mit den sechs gewählten Lastkombinationen wird der repräsentative Einsatzbereich mit den ideellen Radien $R_f = 0 \dots 500 \text{ mm}$ abgedeckt und zusätzlich der Grenzwert $R_f \rightarrow \infty$, sodaß alle drei Betriebsbereiche enthalten sind. Der Reibungskoeffizient wurde mit $\mu = 0,1$ für eine ideal ölgeschmierte und mit $\mu = 0,7$ für eine durchschnittliche fettgeschmierte oder trockene Verbindung angenommen.

Trägt man die charakteristischen Spannungswerte graphisch auf, so ergibt sich **Bild 15**.

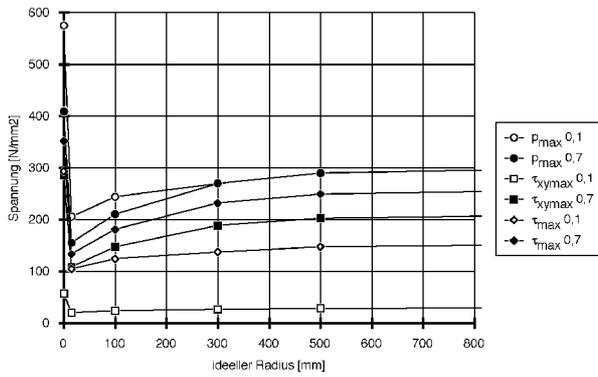


Bild 15: Flächenpressungen und Schubspannungen für die beiden Reibungskoeffizienten $\mu=0,1$ und $0,7$

Die beiden obersten Kurven stellen die maximalen Flächenpressungswerte für die beiden gewählten Reibungskoeffizienten dar. Der mit dem ideellen Radius asymptotisch ansteigende Verlauf ist aus Sicht des Verschleißverhaltens unkritisch, da das Produkt aus Reibweg und Flächenpressung bei größeren ideellen Radien abnimmt. Entsprechend reduzieren sich auch die abrasiven Verschleißanteile. Bemerkenswert ist im Vergleich zu den Schubspannungsverläufen, daß zu großen ideellen Radien hin kein Unterschied zwischen den Flächenpressungswerten für die beiden Reibungskoeffizienten besteht. Die Flächenpressung ist also in weiten Lastbereichen unabhängig vom Schmierzustand. Im Gegensatz dazu sind die auftretenden Schubspannungen deutlich von den vorliegenden Schmierbedingungen abhängig. Die maximale Schubspannung an der Flankenoberfläche liegt zwischen 29N/mm^2 für $\mu=0,1$ und 203N/mm^2 für $\mu=0,7$. Letztlich entscheidend für die Entstehung von Oberflächenanrissen ist die größte auftretende Schubspannung τ_{\max} . Diese Risse sind die Ausgangspunkte für die Flankenausbrüche in der Endverschleißphase beim Betriebszustand III. Bei Belastungskombinationen in den Betriebszuständen I und II überwiegt der abrasive Verschleiß, sodaß das Rißwachstum langsamer fortschreitet als der abrasive Flankenabtrag. Der in diesem Betriebsbereich nur geringe Unterschied in den größten auftretenden Schubspannungen τ_{\max} für $\mu=0,1$ und $\mu=0,7$ wirkt sich nicht aus. Verbindungen die im Betriebszustand III laufen und so die Grenzlastwechselzahl für Ermüdungsausbrüche erreichen, weisen deutliche Unterschiede (ca. Faktor 2) in den größten auftretenden Schubspannungen τ_{\max} abhängig von den Reibungskoeffizienten auf. Vergleicht man diese Schubspannungen mit den von /2,3/ in Zugschwellversuchen ermittelten Reibdauerhaltbar-

keiten (**Bild 16**), so ergibt sich auch im Hinblick auf die Ermüdungsschädigung der Flanken der eindeutige Hinweis an den Konstrukteur auf möglichst reibungsarme Kontaktverhältnisse zu achten. Dieser Hinweis korrespondiert in idealer Weise mit den Versuchsergebnissen aus umfangreichen Untersuchungsreihen, die am IMW durchgeführt wurden. Eine Ölschmierung ist in allen Fällen, die es konstruktiv erlauben, anzustreben.

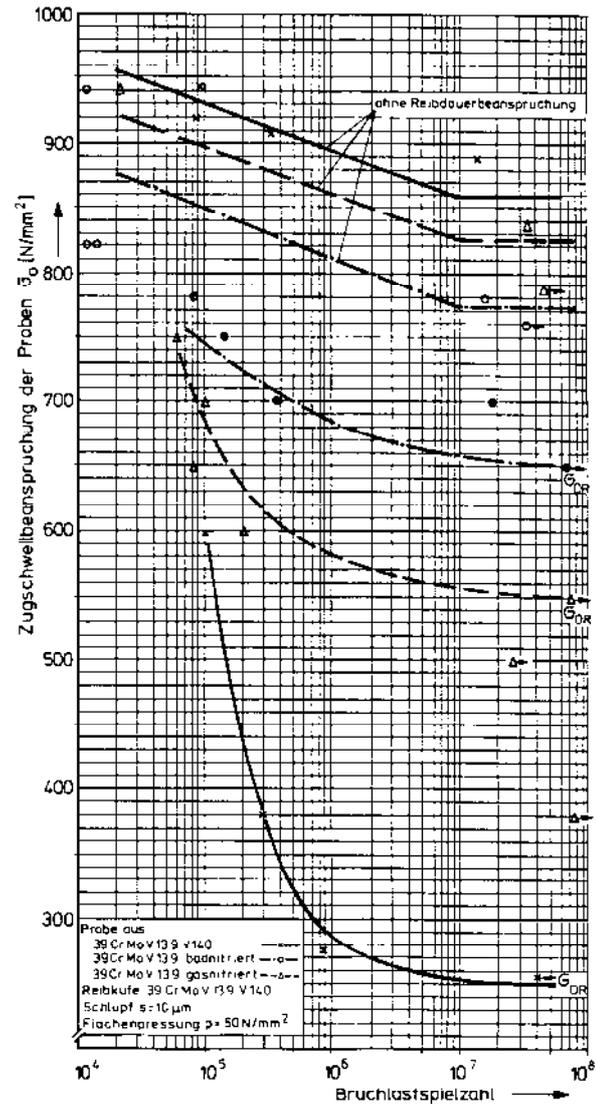


Bild 16: Reibdauerhaltbarkeit nach /2,3/

5 Literatur

- /1/ Schäfer, G.: Dissertation, TU Clausthal 1995
- /2/ Funk, W.: Dissertation, TH Darmstadt 1968
- /3/ Kreitner, L.: Dissertation, TH Darmstadt 1976
- /4/ Zapf, R.: Dissertation, TU Clausthal 1986
- /5/ Gudehus, H.; Zenner, H.: Leitfaden für eine Betriebsfestigkeitsrechnung, VDEh, 3. Auflage, Düsseldorf 1995
- /6/ Dietz, P.: Die Berechnung der Zahn- und Keilwellenverbindungen, Büttelborn 1978