

Auswertung spannungsoptischer Versuche mittels Computer

Prof. Dr.-Ing. A. Kuske

Mit Hilfe spannungsoptischer Versuche kann grundsätzlich die Hauptnormalspannungsdifferenz $(\sigma_1 - \sigma_2)$ (bzw. die Differenz der sekundären Hauptnormalspannung) aus den Isochromaten und die Richtung dieser Hauptnormalspannungen φ (bzw. die Richtung der sekundären Hauptnormalspannungen) aus den Isoklinen entnommen werden. Das bedeutet z.B. bei einem zweiachsigen Spannungszustand, wie er in Scheiben oder ähnlichen Bauteilen herrscht, daß man von den drei zur Charakterisierung eines solchen Spannungszustandes erforderlichen Daten nur zwei aus den optischen Werten entnehmen kann. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei allgemeinen, dreiachsigen Spannungszuständen. Hier kann man aus den optischen Daten von den sechs erforderlichen nur fünf entnehmen.

Für die Ermittlung des fehlenden dritten bzw. sechsten Wertes stehen verschiedene elastizitätstheoretische Gesetzmäßigkeiten bzw. experimentelle Ermittlungsmöglichkeiten zur Verfügung. Als wichtigste Gesetzmäßigkeit kann die Randbedingung verwertet werden, nach der an einer lastfreien Oberfläche bzw. an einem lastfreien Rand die Normalspannung verschwindet. Da diese eine der Hauptnormalspannungen ist, ist an solchen Punkten sowohl die Größe als auch die Richtung der Spannung bekannt und damit der fehlende Wert gefunden.

Da in den meisten Fällen die wichtigsten Spannungen an solchen Rändern liegen, ist das Problem der Trennung der Hauptnormalspannungen nur in solchen Ausnahmefällen von Interesse, wo auch in dem Inneren eines solchen Bauteils beide Hauptnormalspannungen bekannt sein müssen.

Zu diesem Zweck werden hauptsächlich die Gleichgewichtsbedingungen am kleinen Element bzw. am endlichen Ausschnitt herangezogen. Unter den ca. 30 verschiedenen Verfahren dieser Art wird bei dem zweckmäßigsten und typischen Verfahren aus den Isochromaten und Isoklinen zunächst als Zwischenwert die Schubspannung $\tau_{xy} = \sin 2\varphi (\sigma_1 - \sigma_2) / 2$ mit Hilfe eines Nomogramms entsprechend dem Spannungskreis ermittelt. Die Integration der Gleichgewichtsbedingungen für die Spannungen z.B. in der x-Richtung ergibt dann:

$$\sigma_{x1} = \sigma_{x0} - \int_0^1 \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx \quad (1)$$

Der durch Integration ermittelte Wert kann natürlich nicht exakt sein, was auf Fehler in dem spannungsoptischen Modell, aber noch mehr auf die verfahrensbedingte schrittweise Arbeitsweise zurückzuführen ist. Bei den meisten Fällen besteht die Möglichkeit, das Ergebnis der Integration am Ende zu kontrollieren und zu korrigieren bzw. durch eine zweite Integration in der Richtung rechtwinklig zur ersten, die zu dem gleichen Ergebnis führen müßte, einen Vergleich anzustellen.

Diese Verfahrensweise, die für den Anfänger recht umständlich klingt, aber mit geringer Übung doch sehr rasch durchführbar ist,

hat seit längerer Zeit immer wieder dazu geführt, daß der Vorschlag gemacht wurde, diese Operationen, die man natürlich auch rechnerisch in mehr oder weniger kleinen Schritten durchführen kann, mit Hilfe von Computern auszuführen. Alle diese Bemühungen sind jedoch praktisch fehlgeschlagen, weil letztlich gegenüber der zeichnerischen Durchführung der Integration kein Zeitgewinn erreicht werden kann. Die Korrektur der Werte, die bei der Integration erzielt werden, erfordert letztlich doch eine Änderung der benutzten Werte nach Schätzung. Die Schätzung kann der Computer natürlich nicht vornehmen. Andererseits ist es natürlich gerade für einen Anfänger auch schwierig zu erkennen, wo eine Korrektur angebracht werden muß, um schließlich zu dem richtigen Endergebnis zu kommen. Daß bei diesen Verfahren auch die Anschaulichkeit verloren geht, sei nur nebenbei erwähnt.

Für die Auswertung mittels eines Computers ist jedoch ein schon lange bekanntes Verfahren geeignet, bei dem die Spannungssumme $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$ mit Hilfe der Verträglichkeitsbedingung bestimmt wird. Diese lautet z.B. für Scheiben (so lange keine zusätzlichen Massenkkräfte auftreten):

$$\Delta \Sigma = 0, \text{ d.h.}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) (\sigma_x + \sigma_y) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) (\sigma_1 + \sigma_2) = 0 \quad (2)$$

Da diese Gleichung formal mit der Potentialtheorie übereinstimmt, kann sie auch nach den dort bekannten Verfahren gelöst werden. Dazu dient ein Iterationsverfahren, für dessen Anwendung Computer auch kleinerer Größe gut geeignet sind. Dieses Verfahren wurde bereits des öfteren beschrieben [1], [2].

Der Vorteil dieses Verfahrens gegenüber dem Integrationsverfahren liegt darin, daß man keine nachträglichen Korrekturen anzu bringen braucht. Man benötigt nur die Randwerte, die man aus den Isochromaten direkt ablesen kann, denn am lastfreien Rande ist ja $\sigma_2 = 0$ und damit:

$$(\sigma_1 + \sigma_2) = (\sigma_1 - \sigma_2) = \sigma_1 \quad (3)$$

Hat man auf diese Weise $\sigma_1 + \sigma_2$ gefunden, so kann man beide der Hauptnormalspannungen angeben, denn es gilt ja:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (4)$$

Dieses einfache Verfahren ist auch für räumliche Versuche geeignet. Zwar muß man hier die Werte der Spannungssumme an der gesamten Oberfläche kennen, was aber auch nicht sehr schwierig ist, da man auch diese wiederum aus den Isochromaten, wenn auch aus einer Reihe von Schnitten entnehmen kann [2].

Hier bedeutet $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ und $\Sigma = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$

Für rotationssymmetrische 3-achsige Fälle vereinfacht sich das Verfahren etwas, da man die Spannungssumme nur für den Mittelschnitt zu berechnen braucht. Hier bedeutet

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \text{ und } \Sigma = \sigma_x + \sigma_r + \sigma_t$$

In komplizierteren Fällen, z.B. wenn Massenkkräfte wirken, ist dieses Verfahren in etwas abgewandelter Form auch noch anwendbar. Dann benötigt man allerdings wiederum die Isochromaten und Isoklinen im Inneren des Bauteils, um die entsprechenden Werte für die Beziehung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) (\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \left[4 \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) (\sigma_x - \sigma_y) \right] \quad (5)$$

angeben zu können. Auch dieses Verfahren ist in der Literatur beschrieben und auch praktisch angewendet worden [2, 3].

Literatur

- [1] KUSKE, A.: Einführung in die Spannungsoptik, Stuttgart 1959
- [2] KUSKE, A. u. ROBERTSON, G.: Photoelastic Stress Analysis, London 1974
- [3] SCHLONSKI, A.: Dynamische spannungsoptische Modelluntersuchungen als Beitrag zur Bruchmechanik, Diss. TU Clausthal 1975

Zusammenstoß von Kreisscheiben

Dipl.-Ing. J. Ertner

Als Voruntersuchung für die Ermittlung der Spannungsverteilung in einer Wildhaber-Nowikow-Verzahnung unter dynamischer Belastung wurden Kreisscheiben beim Zusammenstoß mit konkav- bzw. konvex gekrümmten Gegenstücken untersucht.

Als Grundlagen für die Ermittlung der bei Zusammenstößen wichtigsten Größe, nämlich der Stoßdauer, wurde zunächst eine Beziehung auf elastizitätstheoretischer Grundlage aufgestellt.

Man erweiterte die Formeln für die Zusammendrückung einer kreisförmigen Scheibe durch zwei Einzelkräfte so, daß die Einzelkraft durch einen elliptischen Druckverlauf ersetzt wurde unter der Voraussetzung, daß der Kreis an der Berührungsstelle zu einer Geraden verformt wird. Dies gilt an sich, wenn eine Kreisscheibe gegen eine starre Unterlage gedrückt wird oder wenn zwei Kreisscheiben aus dem gleichen Werkstoff und mit gleichem Krümmungsradius zusammengedrückt werden. Die abgeleitete Beziehung Kraft über der Zusammendrückung ist:

$$F = \frac{\pi E d f}{(1-\nu) \ln 8 \frac{r}{a}}$$

Die Bedeutung der einzelnen Größen geht aus der Skizze hervor, wobei d die Dicke der Scheibe ist.

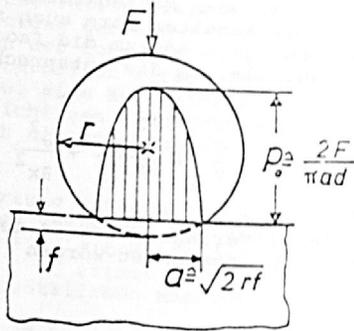


Bild 1

Diese für den statischen Fall geltende Beziehung kann nun näherungsweise auch für quasistatische Lastfälle, d.h. z.B. den Zusammenstoß zweier Kreisscheiben angewendet werden. Da die Abhängigkeit der Kraft von der Zusammendrückung eine transzendente Funktion ist, führt dies zu einer analytisch nicht lösbaren Differentialgleichung. Da bietet sich aber eine graphisch- oder numerische Methode als Lösungsweg an.

Die Grundlage für die Lösung ist der Energieerhaltungssatz bei Vernachlässigung der Verluste durch Reibung und Beschleunigung der schwingenden Masse.

Als Beispiel sei hier ein Aufprall zweier kreisförmiger Scheiben aufeinander gezeigt. Eine Scheibe hat kurz vor dem Aufprall die Energie $E_{KA} = 1/2 m v^2$ (Bild 2). Diese wird jeweils durch die Deformation aufgezehrt, so daß der Rest der kinetischen Energie $E_R = E_{KA} - 1/2 f \cdot F$ ist. Da es sich um zwei Scheiben handelt, muß man die Steifigkeit halbieren, so daß $E_R = E_{KA} - f \cdot F$ ist. Die dafür zuständige Geschwindigkeit ist in diesem Augenblick:

$$v_R = \sqrt{\frac{2 E_R}{m}}$$

Dies kann in Form von Diagrammen aufgetragen werden. Mit Hilfe der Beziehung $\Delta t = 2f/v_R$, bei einer konstanten Schrittweite f, wird die Aufprallzeit $t = E \Delta t$ ermittelt (Bild 3).

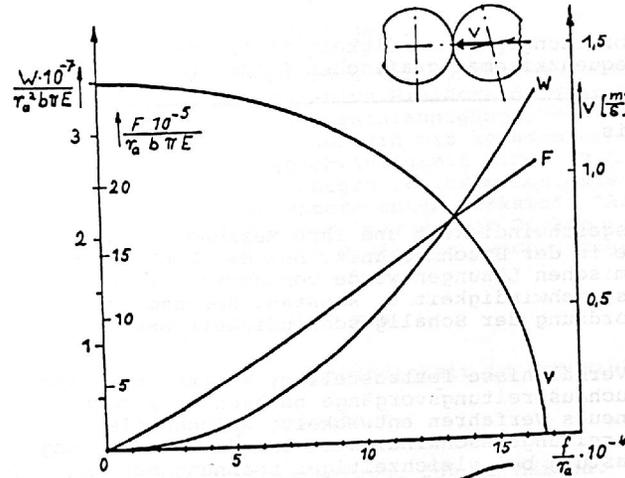


Bild 2

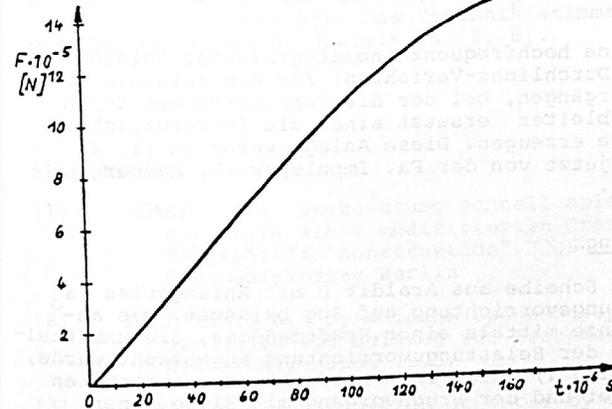


Bild 3

Spannungsoptische Untersuchungen ergaben dabei eine sehr genaue Übereinstimmung mit den berechneten Werten.

Die Berechnungsmethode soll nun dahingehend erweitert werden, daß nicht nur der Zusammenstoß von zwei - konvex gekrümmten - Rändern von entsprechenden Bauteilen betrachtet werden sollen, sondern aus - wie es bei der Wildhaber-Nowikow-Verzahnung der Fall ist - das eine konvex gekrümmte und eine konkav gekrümmte Scheibe zusammenstoßen. Der Einfluß der unterschiedlichen Krümmung kann zwar im Prinzip abgeschätzt werden, soll jedoch quantitativ ermittelt werden.

Hierüber wird mit näheren Einzelheiten in einem Vortrag auf der nächsten IUTAM-Tagung berichtet werden.

Messung der Riausbreitungsgeschwindigkeit in Araldit mit Hilfe einer hochfrequenzkinematografischen Anlage nach Cranz-Schardin

Dipl.-Ing. P. Adamis

1. Problemstellung

Die Riausbreitungsgeschwindigkeit und ihre Messung spielen eine wichtige Rolle in der Bruchmechanik. Bei den bisher bekannten elastodynamischen Lösungen wurde vorausgesetzt, daß die Riausbreitungsgeschwindigkeit v_R konstant sei und daß sie sich in der Größenordnung der Schallgeschwindigkeit bewege.

Um die wirklichen Verhältnisse festzustellen, sollten für laufende Risse die Bruchausbreitungsvorgnge beobachtet werden. Hierfür wurde ein neues Verfahren entwickelt, welches die Messung der Riausbreitungsgeschwindigkeit und deren Beziehung zu der äußeren Belastung bei gleichzeitiger Spannungsmessung ermöglicht.

Es handelt sich um eine hochfrequenzkinematografische Anlage nach Cranz-Schardin (Durchlicht-Verfahren) für die Aufnahme von schnellablaufenden Vorgängen, bei der die Funkenstrecken durch lichtemittierende Halbleiter ersetzt sind, die Infrarotlicht von 904 nm Wellenlänge erzeugen. Diese Anlage wurde in [1, 2] beschrieben und wird jetzt von der Fa. Impulsphysik, Hamburg in Lizenz hergestellt.

2. Versuchsdurchführung

Eine 300 x 115 x 5 mm Scheibe aus Araldit B mit Anfangsriß a_0 wurde in einer Belastungsvorrichtung auf Zug belastet. Die angelegte Belastung konnte mittels einer Kraftmeßdose, die unmittelbar an die Greifbacke der Belastungsvorrichtung angebracht wurde, registriert werden (Bild 1). Die Probe wurde bis zur instabilen Rißausbreitung belastet und der Bruchvorgang mit Hilfe einer hochgeschwindigkeitskinematografischen Anlage fotografisch festgehalten.

Auf der Scheibe war vorher ein Linienraster angebracht, so daß man auf den Aufnahmen die Position der Rißspitze sehen konnte (Bild 2). Aufgrund der besonderen Eigenschaft der kinematografischen Anlage, spannungsoptische Aufnahmen machen zu können, ist es möglich, nach dem von Irwin [3] vorgeschlagenen Verfahren den kritischen Spannungsintensitätsfaktor für den laufenden Riß zu bestimmen. Für die Auswertung dieses Versuches werden während des Bruchvorgangs 25 Aufnahmen in zeitlichen Abständen von 10 bis 30 µs gemacht. Bild 2 zeigt 9 der 25 Aufnahmen. Eine dünne Bahn aus Leitsilber, die 3 mm vor der Rißspitze aufgebracht war, wurde an einen Stromkreis angeschlossen. Durch die instabile Rißausbreitung wird der Stromkreis unterbrochen, der den Auslöseimpuls für das Steuergerät der Hochgeschwindigkeitskinematografie liefert.

3. Diskussion der Ergebnisse

In Bild 3 ist der gemessene Verlauf der Riausbreitungsgeschwindigkeit v_R über die relative Rißlänge dargestellt. Dabei erkennt man sehr deutlich die Beschleunigungsphase des Risses sowie die Phase, in der sich der Riß mit konstanter Geschwindigkeit fortpflanzt; die Rigeschwindigkeit nimmt am Anfang sehr rasch zu und erreicht nach wenigen µs ihren maximalen Wert von 270 m/s. Das bedeutet für den untersuchten Werkstoff "Araldit B" mit dem Elastizitätsmodul E = 360 kp/mm², der Dichte ρ = 1,2 kg/dm³ und der Querdehnungszahl ν = 0,38 eine Geschwindigkeit der Transversalwelle [4, 5] von

c_2 = sqrt(E / (2ρ(1+ν))) = 1020 m/s

Somit läßt sich die Geschwindigkeit in der Rayleigh-Welle c_3 aus

c_3 = 0,922 c_2 errechnen.

Die Versuchsergebnisse zeigen, daß v_R nur ca. 1/3 der Rayleigh-Geschwindigkeit beträgt. Das Ergebnis stimmt mit anderen vergleichbaren Arbeiten überein [6, 7, 8].

Literatur:

[1] ADAMIS, P.: Beobachtung schnell ablaufender Vorgänge mit Hilfe einer modifizierten Cranz-Schardin-Anlage. Zeitschrift "Konstruktion" 2005 o. 784 Kuske, Springer-Verlag Berlin
[2] SCHLONSKI, A.: Dynamische spannungsoptische Modelluntersuchungen als Beitrag zur Bruchmechanik, Diss. TU Clausthal, Juni 1975
[3] IRWIN, G.R.: Discussion of paper by Post a. Wells SESA 16, 1958
[4] HARLFINGER, R.: Beitrag zur Ausbreitung von Spannungswellen in Scheiben, Diss. TH Stuttgart 1967
[5] KUSKE, A. und ROBERTSON, G.: Photoelastic Stress Analysis, J. Wiley a. Sons, London 1974
[6] BROBERG, K.B.: On the speed of a brittle crack., J.appl. Mech. 31 (1964) Nr. 3 S. 546/46
[7] MOTT, N.F.: Fracture of metals, some theoretical considerations Engineering, London 165 (1948) S. 16/18
[8] DU LANEY, E.N. und BRACE, W.F.: Velocity behavior of a growing crack. J. appl. Phys. 31(1960) Nr. 12 S.2233/36

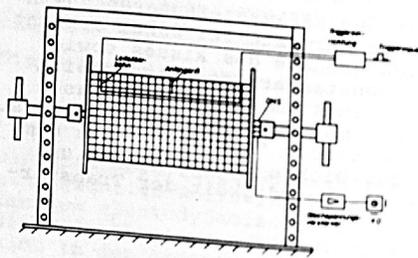


Abb. 1

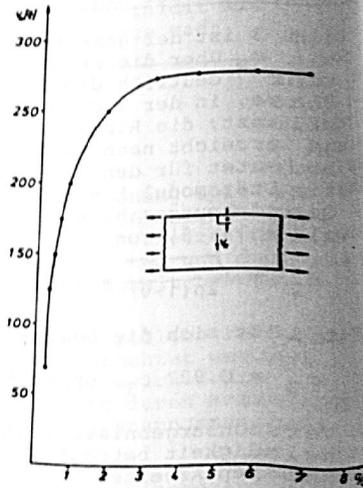


Abb. 3

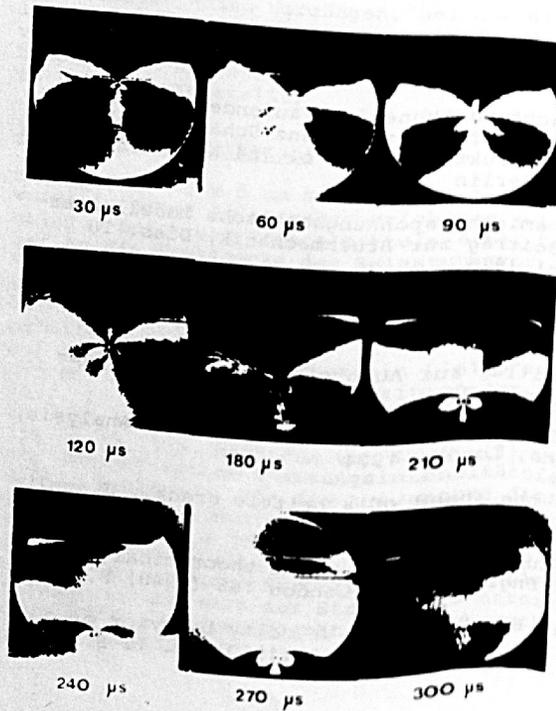


Abb. 2

Die Entwicklung eines neuen Prüfverfahrens für das Fließverhalten fester Werkstoffe und seine Vorteile gegenüber dem Torsionsversuch

Dipl.-Ing. J. Zech

1. Allgemeines

Untersuchungen mit Hilfe einer ebenen, rotationssymmetrischen Schervorrichtung wurden bereits 1962 auf Vorschlag von Kuske durchgeführt [1]. Dabei sollten spannungsoptische Kenngrößen [2] eines hochviskosen Epoxiharzes ermittelt werden.

In der Dissertation des Verfassers [3] ist die besondere Eignung des Verfahrens bei der Ermittlung der spannungsoptischen Konstanten, des Isoklinenauslöschungswinkels und der Relaxationszeit ausführlich dargestellt. Außerdem wurde der ebene, rotationssymmetrische Scherversuch vom Verfasser auf die Ermittlung umformtechnischer Kenngrößen bei Modellmaterialien und bei metallischen Werkstoffen der Hauptausführung erweitert [3], wobei auch ein Umrechnungsverfahren von den Modellwerkstoffwerten auf die Werte der metallischen Hauptausführung entwickelt wurde.

2. Vergleich von Scherversuch und Torsionsversuch

Der in der Umformtechnik oft angewandte Torsionsversuch (Verdrehversuch) an einer Welle hat mehrere Nachteile:

- die Spannungsverteilung über dem Radius ist unbekannt
- die Schubspannung $\tau_{z\theta}$ (siehe Abb. 1) steht senkrecht zur Verdrehlebene
- es werden vom Radius abhängige Längsspannungen induziert
- in einem Versuch kann immer nur eine mittlere Fließspannung erfaßt werden

Diese Nachteile zeigt der Scherversuch nicht, wie aus Abb. 2 hervorgeht. Die ebene Probe ist genau so einfach herzustellen wie eine Wellenprobe und über einen Adapter in jede Torsionsmaschine einspannbar.

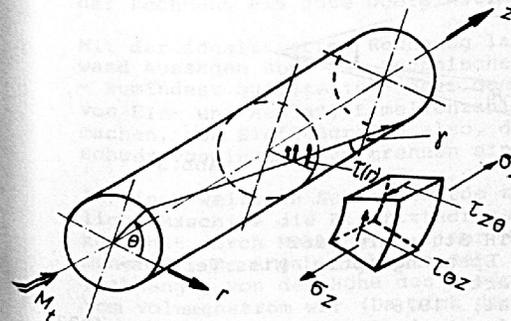


Abb. 1

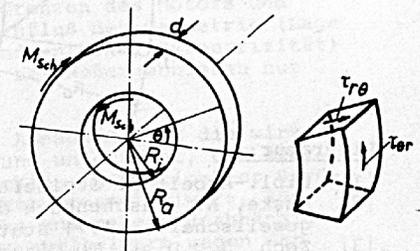


Abb. 2

komplizierten Gestalt der Strömungskanäle rechnerisch nicht bestimmen läßt, sollte versucht werden, für typische Kanalformen einen Katalog von Drosselbeiwerten aufzustellen).

Aus der Messung der Volumenströme für die Drehzahl $n = 0$ konnte ein Ersatz-Leckstromquerschnitt ermittelt werden, der bei verschiedenen Motoren unabhängig von Vordruck und -temperatur war. Eintrittsdrosselung und Leckströme wurden nun in dem oben beschriebenen Rechenverfahren berücksichtigt und damit das Drehmoment und der Luftverbrauch berechnet. Bild 4 zeigt als Beispiel gemessene und berechnete Luftverbrauchs- werte.

Durch schrittweise Annäherung des Berechnungsverfahrens an die wirkliche Maschine gelingt es, den Einfluß einzelner Betriebsparameter getrennt zu erfassen. Mit Messungen an ausgeführten Motoren werden die Ergebnisse überprüft und für die nicht berechenbaren Größen Anhaltswerte bestimmt. Es ist geplant, die Arbeiten in einer Habilitationsschrift ausführlicher darzustellen.

Literatur:

- [1] GROPEGIEBER, K.: Untersuchung über Vereisung von Druckluft-Handwerkzeugen, Diss. TU Clausthal, 1968
- [2] DASER, K.: Das Reaktionsmoment hochtouriger Lamellenmotoren, seine Messung und Bedeutung für die Auslegung der Motoren, Diss. TU Clausthal, 1969
- [3] TÖLKHAUS, A.: Theoretische und experimentelle Untersuchung der Drehmoment-Erzeugung in Druckluft-Lamellenmotoren, Dipl.-Arbeit TU Clausthal, 1975

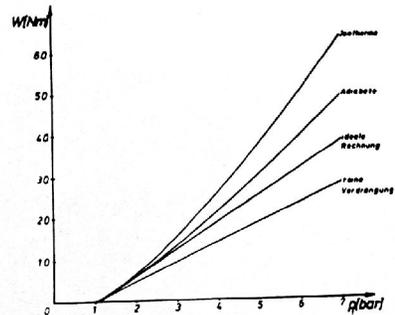
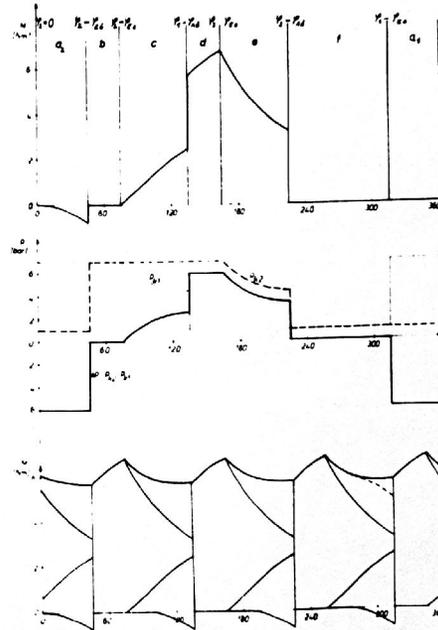


Bild 2
theoretische Arbeit

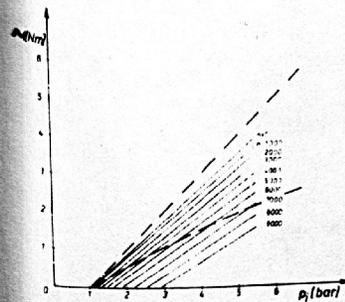


Bild 3
Strichpunktiert:
berechnetes Moment
gestrichelt:
gemessenes Moment für
maximale Leistung

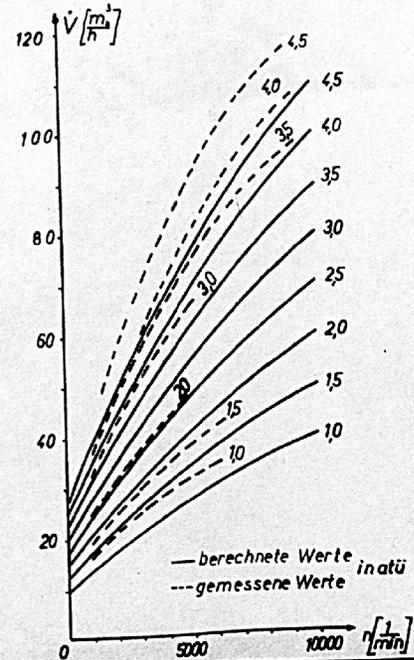


Bild 4
gemessener und berechneter
Luftverbrauch