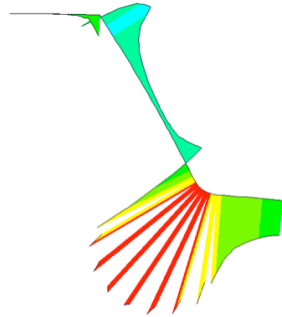


## Kerbspannungen von Passverzahnungen auf Hohlwellen

Schäfer, G.

Zahnwellenverbindungen/Passverzahnungen stellen eine häufig angewendete Alternative unter den möglichen Welle-Nabe-Verbindungen dar. Für die Gestaltung stehen genormte Profile, wie z.B. die DIN 5480, zur Verfügung. Der Beitrag stellt Möglichkeiten zur Tragfähigkeitsoptimierung im Rahmen der genormten Profilgeometrie vor. Dabei wird die vollständige Austauschbarkeit und Paarbarkeit mit Gegenstücken mit genormter Standardgeometrie eingehalten. Um Leichtbaupotentiale zu nutzen, werden neben der Betrachtung der klassischen Vollwelle auch die aktuellsten Untersuchungen zur Tragfähigkeitssteigerung an Hohlwellen innerhalb der Grenzen des genormten Profils vorgestellt.



*Splined shaft-hub-connections are commonly used in drive technology applications. The German geometry standard DIN 5480 recommends a very small foot root radius for milling processes, which leads to significant notch effects. The article shows a DIN 5480 compatible geometry variation with a decreased notch effect for solid shafts as well as for hollow shafts.*

### Einleitung

Passverzahnungen mit Evolventenflanken nach DIN 5480 sind als Welle-Nabe-Verbindung sind bei hohen auch stoßartigen Drehmomenten wegen ihrer begrenzten Nabendimensionen vielfach genutzte Elemente. Der Einsatz ist durch günstige Fertigungsverfahren sowohl in Klein- als auch in Großserien attraktiv. Zahlreiche experimentelle Untersuchungen am Institut für Maschinenwesen (IMW) der TU Clausthal zeigen den für die Gestaltfestigkeit kritischen Punkt der Verbindung klar auf. Abweichend von den klassischen Auslegungsansätzen der zulässigen Flächenpressung, ist die Spannung im Zahnfuß der Lastflanke auf der Welle der typischerweise kritische Punkt, siehe dazu auch Abbildung 1. Der Verlauf der Rastlinien dieses Dauerbruchs lässt den hier nach DIN 5480 mit  $\rho_f = 0,16 \times m$  ausgeführten Zahnfußradius als Rissursprung deutlich zu erkennen. Der Zahnfußrundungsradius ist in der DIN 5480-1 /1/ abhängig vom Fertigungsverfahren definiert. Für die spanende Bearbeitung ist der zuvor genannte Radius  $\rho_f = 0,16 \times m$  vorgesehen. Nach den allgemeinen Regeln der Kerbspannungslehre bietet sich die Betrachtung größerer Zahnfußradien oder alternativer Verrun-

dungen mit dem Ziel der Tragfähigkeitssteigerung an, siehe dazu auch schon den Beitrag aus dem letzten Jahr /3/.

Neben den in /4/ betrachteten einfachen und elliptischen Verrundungen wurde für diesen Beitrag die bionische Fußverrundung mit Zugdreiecken nach Mattheck /5/ zunächst auch am Beispiel der Vollwelle mit einer Verzahnung DIN 5480 45x2x30x21 untersucht. Im nächsten Schritt wurden die für Vollwellen bestimmten optimalen Fußverrundungen auf Hohlwellen angewendet. Der Bohrungsdurchmesser wurde dazu im Bereich von 0 bis 36 mm variiert, womit sich eine minimale Restwanddicke im Fußbereich von 1,72 mm bei Vollausrundung als Grenzwert ergibt.

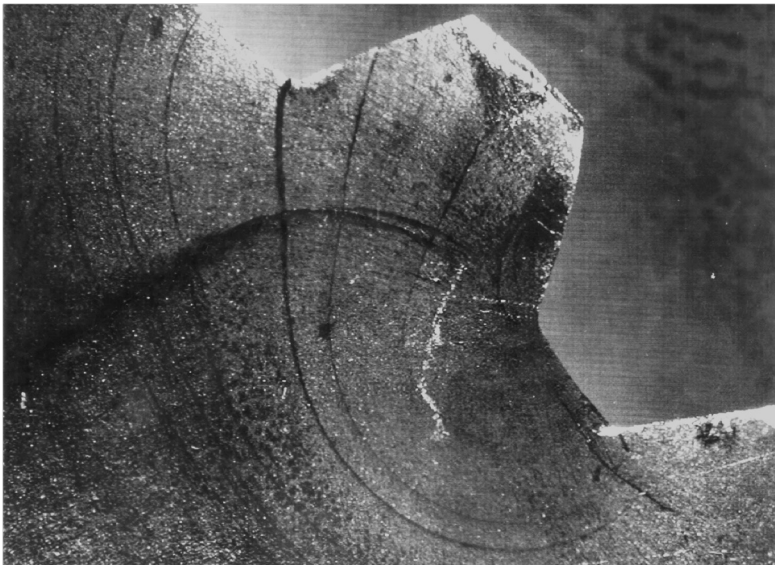


Abbildung 1: Dauerbruch mit Rastlinien an einer Zahnwelle nach DIN 5480 mit  $\rho_f = 0,16 \times m$ , Rissursprung in der Zahnfußausrundung

### Fußrundungsvarianten

Neben der in Abbildung 1 dargestellten Fußausrundung für spanende Herstellung ist in DIN 5480-1 für die umformende Herstellung eine Zahnfußausrundung mit  $\rho_f = 0,54 \times m$  vorgesehen. In der parallel dazu verfügbaren ISO 4156 /2/, deren Geometrie aus der ANSI 92.2 abgeleitet ist, werden unabhängig vom Herstellungsverfahren zwei Fußrundungsvarianten zur Wahl gestellt, siehe Abbildung 2. Der flache Fuß („flat root“) ist dabei mit  $\rho_f = 0,2 \times m$  ausgeführt, der „fillet root“ ergibt sich durch den maximal möglichen Fußrundungsradius als Vollverrundung.

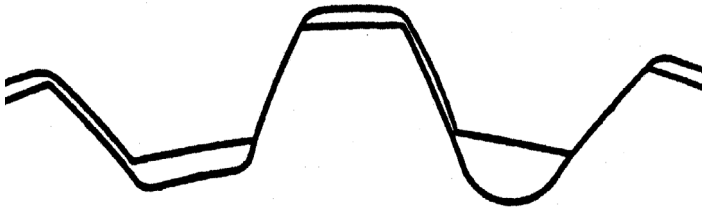


Abbildung 2: Zahnfußvarianten nach ISO 4156 /2/, links „flat root“ und rechts „fillet root“

Der Einfluss der Vollverrundung, bezogen auf den in DIN 5480 vorgeschlagenen Radius  $\rho_f = 0,16 \times m$ , zeigt Abbildung 3 anhand der 1. Hauptspannung in einer linearelastischen numerischen Simulation. Die Beanspruchung kann damit auf ca. 2/3 reduziert werden.

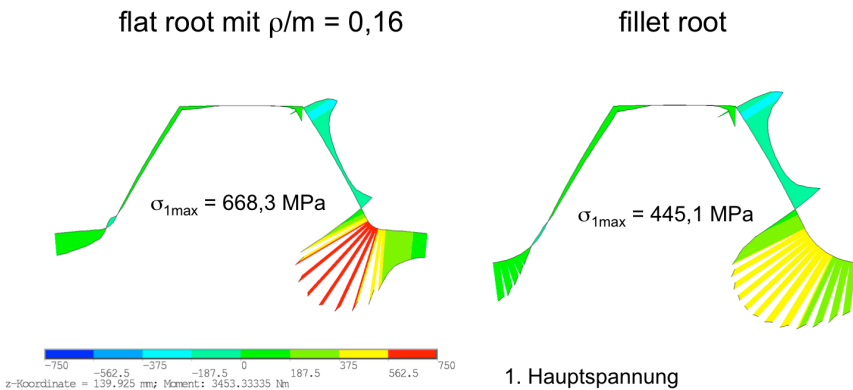


Abbildung 3: Vergleich der maximalen Beanspruchung im Zahnfuß bei gleicher Torsionsbeanspruchung für den flachen und den vollverrundeten Zahnfuß einer Vollwelle

In Abbildung 4 ist der Effekt der Spannungsreduktion als Formzahl über dem gesamten Variationsbereich von 0,16 bis zur Vollverrundung dargestellt. Der Anstieg von 0,48 bis zur Vollverrundung wird durch die signifikante Reduktion des Kernquerschnitts hervorgerufen. Das heißt, es gibt einen optimalen Radius für die Fußausrundung mit  $\rho_f = 0,48 \times m$ .

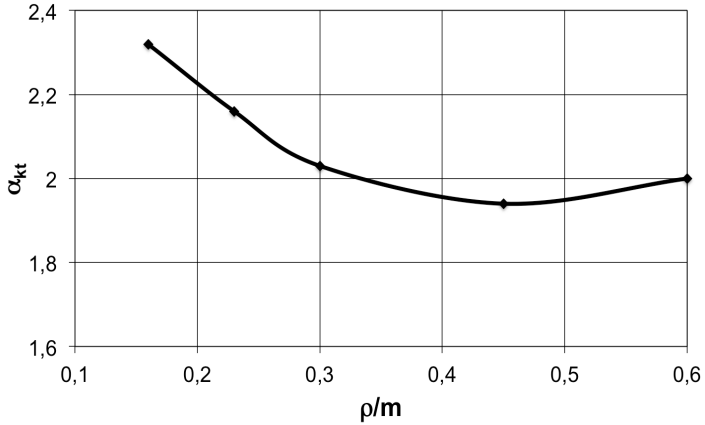


Abbildung 4: Torsionsformzahl für Varianten des bezogenen Zahnfußradius einer Wellenverzahnung nach DIN 5480 mit 30° Flankenwinkel

Als weitere Variante wurde die bionisch entwickelte Zahnfußverrundung mit Zugdreiecken nach Mattheck /5/, siehe Abbildung 5 untersucht. Aus Platzgründen werden die Ergebnisse dazu im folgenden Absatz nur im Zusammenhang mit Hohlwellen dargestellt, wobei die Fälle der sehr kleinen Bohrungen den Vollwellen entsprechen.

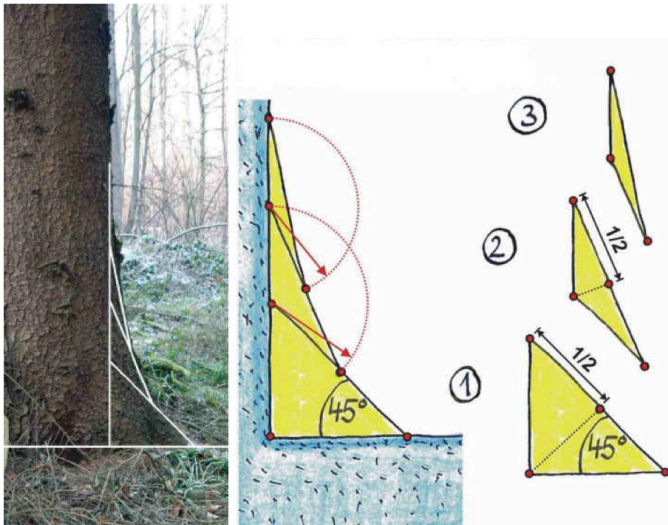


Abbildung 5: Ursprung und Konstruktion der Zugdreiecke nach Mattheck /5/

**Hohlwellen**

Wie bereits im Zusammenhang mit Abbildung 4 beschrieben, haben tiefer einschneidende Fußverrundungen im Grenzbereich durch den Verlust an Nennquerschnitt ungünstige Eigenschaften. Durch die zentrale Bohrung der Hohlwelle ist der Nennquerschnitt ebenfalls reduziert, was eine kleinere oder zumindest weniger tief einschneidende Zahnfußverrundung für Hohlwellen günstiger erscheinen lassen könnte. Um dies numerisch zu klären wurden die folgenden Vergleichsrechnungen mit konstantem Drehmoment und linearelastischem Werkstoffverhalten für die günstigen einfachen Verrundungen mit 0,48 x m und die Zahnfußgeometrie nach der Methode der Zugdreiecke durchgeführt, siehe auch /6/.

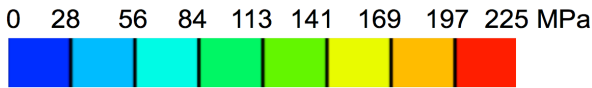
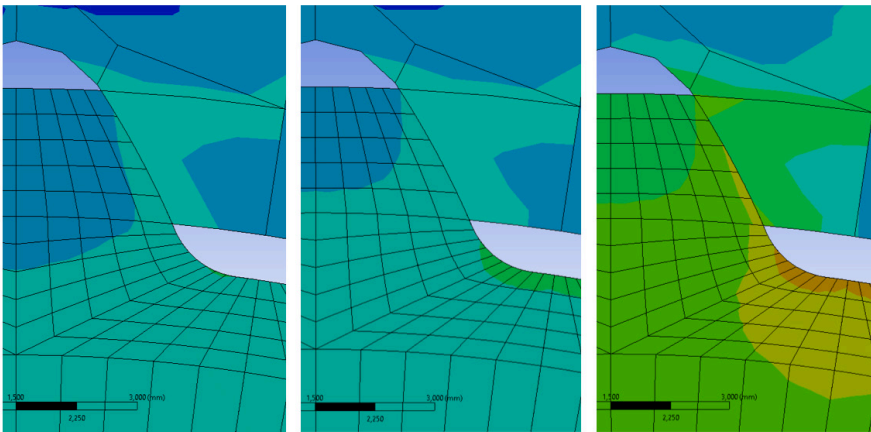


Abbildung 6: Farbskala für die folgenden Spannungsdarstellungen in den Abbildungen 7 und 8

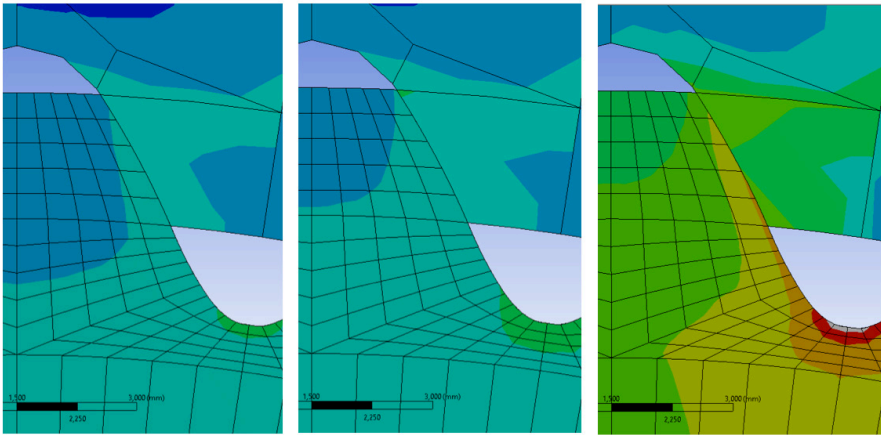


137,0 MPa

151,1 MPa

300,5 MPa

Abbildung 7: Verteilung und Zahlenwert der max. Vergleichsspannung nach v. Mises für die drei Bohrungsdurchmesser 12 mm Links, 24 mm Mitte und 36 mm Rechts einer Verbindung DIN 5480 45x2x30x21 mit idealem Zahnfußradius  $\rho_f = 0,48 \times m$



192,5 MPa

216,5 MPa

471,8 MPa

Abbildung 8: Verteilung und Zahlenwert der max. Vergleichsspannung nach v. Mises für die drei Bohrungsdurchmesser 12 mm Links, 24 mm Mitte und 36 mm Rechts einer Verbindung DIN 5480 45x2x30x21 mit Zahnfuß nach der Methode der Zugdreiecke

Die numerischen Simulationen zum Bohrungseinfluss wurden in Durchmesserabstufung von 2 mm durchgeführt. Die Abbildungen 7 und 8 geben Aufschluss zum Verhalten der beiden Fußgeometrien unter den drei charakteristischen Bohrungsdurchmessern 0,25  $d_B$ , 0,5  $d_B$  und 0,66  $d_B$ . Anhand der angegebenen Zahlenwerte für die maximalen Vergleichsspannungen ist gut zu erkennen, dass die 0,48er-Variante (Abbildung 7) die niedrigeren Spannungen hat. Bemerkenswert ist die Beanspruchungssituation der bionisch optimierten Zahnfußgeometrie nach der Methode der Zugdreiecke. Hier liegen die Spannungen in allen Fällen höher als bei der einfachen Verrundungsvariante. Dies ist durch den tief einschneidenden Zahnfuß begründet.

Die folgende Abbildung 9 zeigt den Anstieg der Vergleichsspannung nach v. Mises im Zahnfuß der mit  $\rho_f = 0,48 \times m$  ideal verrundeten Geometrie einer Verzahnung DIN 5480 45x2x30x21. Ein Anstieg um 10 %, ausgehend von der Vollwelle, ist durch die obere horizontale Linie und den Farbwechsel markiert. Eine Bohrung mit halbem Bezugsdurchmesser (50%  $d_B$ ) verursacht eine knapp zehnpromtente Spannungserhöhung im maximal belasteten Zahnfuß. Eine Bohrung mit 33%  $d_B$  verursacht keine relevante Spannungserhöhung. Eine Steigerung des Bohrungsdurchmessers bis auf 66%  $d_B$  verursacht eine erhebliche Spannungssteigerung auf mehr als das Zweifache. Damit ist eine sinnvolle Grenze sicher erreicht oder gar überschritten.

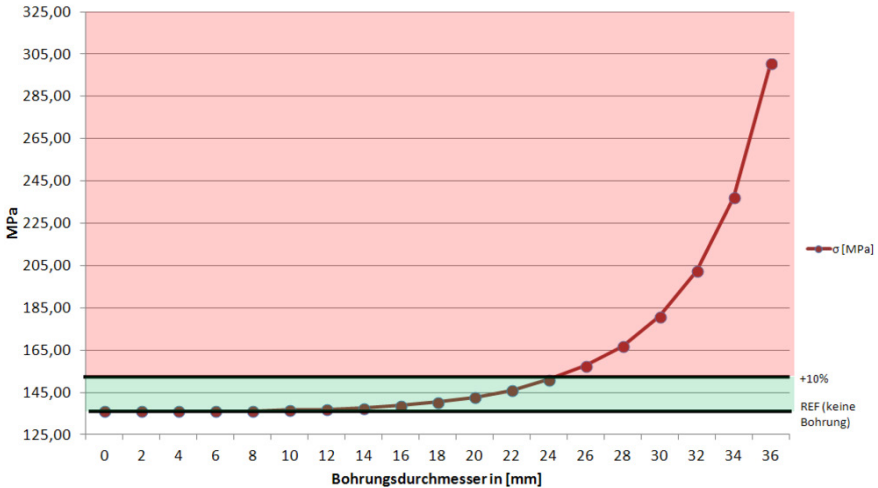


Abbildung 9: Einfluss einer zentralen Wellenbohrung auf die max. Vergleichsspannung nach v. Mises im Zahnfuß einer Verzahnung DIN 5480 45x2x30x21 mit  $\rho_f = 0,48 \times m$

## Zusammenfassung

Mit den vorliegenden Ergebnissen zur Zahnfußvariation an Vollwellen konnte der gegenüber der Empfehlung aus DIN 5480 vergrößerte Zahnfußradius  $\rho_f = 0,48 \times m$  auch für die spanende Herstellung (z.B. Wälzfräsen) als sehr wirksame Verbesserung zur Tragfähigkeitssteigerung identifiziert werden. Der Versuch einer bionischen Optimierung nach der Methode der Zugdreiecke führt in diesem Anwendungsfall nicht zum Ziel, da die sich damit ergebende Geometrie zu weit in den Wellenquerschnitt einschneidet. Für die vorgeschlagene Fußausrundung mit roh wirken sich zentrische Bohrungen bis zu einem Durchmesser von  $0,33 d_b$  praktisch nicht spannungserhöhend und Bohrungen mit  $0,5 d_b$  weniger als 10% spannungserhöhend aus. Die Untersuchungen zum Kerbverhalten bei verzahnten Hohlwellen bestätigten darüber hinaus die Empfehlung des  $0,48er$  Zahnfußradius ( $\rho_f/m = 0,48$ ) für den nach DIN 5480 festgelegten Flankenwinkel von  $30^\circ$ . Da diese Profiländerung vollständig kompatibel zu den Normprofilen ist, sollte nicht nur für Neukonstruktionen, sondern auch im Ersatzteilbereich auf den vergrößerten Zahnfußradius geachtet werden.

## Literatur

- /1/ DIN 5480-1: Passverzahnungen mit Evolventenflanken und Bezugsdurchmesser, Teil 1: Grundlagen, Hrsg. Deutsches Institut für Normung, Beuth-Verlag, Berlin, März 2006
- /2/ ISO 4156: Straight cylindrical involute splines – Metric modul, side fit – Generalities, dimensions and inspection. International Standards Organization (ISO), 1989
- /3/ Schäfer, G.: Betrachtung der Zahnfußausrundung von Passverzahnungen, Institutsmitteilung Nr. 40, Seite 23 – 28, IMW Clausthal 2015, ISSN 0947-2274
- /4/ Herre, M.; Schäfer, G.; Wild, J.: Splined Shaft-Hub Connection with optimized Foot Geometry, Proceedings IN-TECH; Page 260 - 263, Dubrovnik 2015, ISSN 1849-0662
- /5/ Prof. Dr. Claus Mattheck: Verborgene Gestaltungsgesetze der Natur, Verlag Forschungszentrum Karlsruhe, 2006
- /6/ Herre, M.: Passverzahnungen auf Hohlwellen, Masterarbeit, IMW, TU Clausthal 2016, unveröffentlicht