

Numerische Integration von Beschleunigungssignalen

Hofmann, S

Zur Bewertung von Bauteilschwingungen können die miteinander über die Schwingfrequenz verknüpften Größen der Beschleunigung, Schwinggeschwindigkeit und Schwingweg hinzugezogen werden. Gerade für Aussagen über die Bauteilbeanspruchung ist hierbei der Schwingweg am aussagekräftigsten. Dieser Artikel soll einige Hinweise für die Bestimmung des physikalisch richtigen Schwingwegs aus gemessenen Beschleunigungssignalen über die Verfahren der numerischen Integration geben.



Acceleration, vibration velocity and displacement can all be used for the evaluation of component vibrations. In doing so vibration displacements are best used for loading analysis. This article will give some hints for the identification of the physical displacement behavior out of measured acceleration signals by the methods of numeric integration.

1 Einleitung

Bauteilschwingungen bedeuten in der Regel geringe Belastung für das Bauteil, welche jedoch durch ihre zumeist hohen Frequenzanteile gerade aus Sicht der Betriebsfestigkeit für das Bauteilversagen relevant sind. Die hierbei anschaulichste Messgröße stellt der Schwingweg dar; diese Größe weist ebenfalls den geringsten Dynamikumfang auf. Für die Amplituden von mit der Schwinggeschwindigkeit ω harmonisch schwingender Größen gelten die nachfolgenden Proportionalitäten.

$$a \sim \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad 1.1$$

$$v = \dot{a} \sim \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad 1.2$$

$$s = \dot{v} = \ddot{a} \sim \sin(\omega \cdot t) \quad 1.3$$

Die Beschleunigung a , die Schwinggeschwindigkeit v und der Schwingweg s sind folglich (aus mathematischer Sicht) durch entsprechende zeitliche Integration ineinander zu überführen.

2 Grundlagen der Beschleunigungsmessung

Die wohl am weitesten verbreiteten Sensoren zur Schwingungsmessung sind sogenannte Absolutbewegungsaufnehmer bzw. seismische Aufnehmer. Diese bestehen nach /1/ aus einem gedämpften Feder-Masse-System, welche direkt an den schwingenden Körper angekoppelt ist. Die Schwingungen des zu untersuchenden Bauteils, beschrieben durch den Schwingweg s , übertragen sich hierbei auf das Sensorgehäuse. Dies führt infolge der Trägheit der seismischen Masse m im Sensorinneren zu einem absoluten Ausschlag x gegenüber der Ruhelage. Die hinter diesem Messsystem stehende Schwingungsdifferentialgleichung lautet

$$m \cdot \ddot{x} + d \cdot \dot{x} + k \cdot x = -m \cdot \ddot{s}. \quad (\text{nach /2/}) \quad 2.1$$

Das den seismischen Aufnehmern zugrunde liegende mechanische Ersatzmodell ist nachfolgend dargestellt.

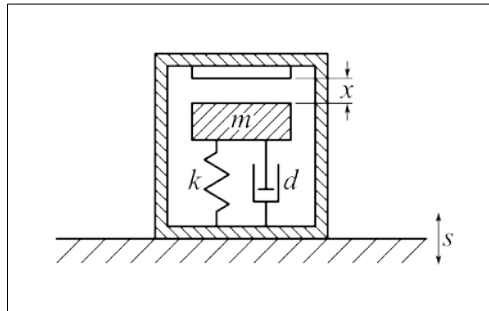


Abbildung 1: Prinzip eines Absolutbewegungsaufnehmers (nach /2/)

Nach /1/ lassen sich durch eine entsprechende Wahl der Sensorparameter Steifigkeit k , Dämpfung d und Testmasse m die Empfindlichkeit gegenüber unterschiedlichen Schwingungsgrößen einstellen. So müsste für eine gute Wegempfindlichkeit die Testmasse gegenüber der Steifigkeit und der Dämpfung groß sein, woraus sich ein schwach gedämpfter Betrieb weit oberhalb der Eigenkreisfrequenz des Sensors ergeben würde. Durch die erforderliche schwere Testmasse wären diese Sensoren jedoch schwer zu handeln und würden in der Regel das zu messende System in seinem Schwingungsverhalten unzulässig beeinflussen.

Aus diesen Gründen werden für Schwingungsmessungen zumeist Beschleunigungssensoren genutzt, da sie durch ihr geringes Gewicht selbst leichte Messobjekte kaum beeinflussen. Weiterhin bieten Beschleunigungsaufnehmer (Accelerometer) nach /3/ ein günstiges

Verhältnis von Empfindlichkeit zu Sensorgewicht und stellen aufgrund ihrer integrierten und kompakten Bauform ein äußerst robustes Messsystem dar.

Bei den Accelerometern ist nach statisch-dynamisch und rein dynamisch messenden Aufnehmerprinzipien zu unterscheiden. Zu den rein dynamischen Sensoren zählen die piezoelektrischen Aufnehmer. Diese besitzen nach /4/ einen relativ weiten Frequenz- und Dynamikbereich, bei gleichzeitig guter Linearität und einem flachen Frequenzgang. Ein Nachteil dieser Sensorbauweise ist jedoch, dass langsame Bewegungen nur mit großer Unsicherheit bzw. zum Teil überhaupt nicht gemessen werden können. Der Piezokristall stellt letztlich einen Kondensator dar und bildet zusammen mit den Bauteilen des Ladungsverstärkers ein RC-Glied. Nach /3/ wird infolge der endlichen Zeitkonstante des RC-Schwingkreises die statische bzw. quasi-statische Ladung allmählich ausgeglichen. Somit können mit diesen Sensoren nur dynamische Bewegungen hinreichend gut erfasst werden. Die nachfolgende Abbildung zeigt qualitativ den gemessenen Beschleunigungsverlauf eines IEPE-Sensors bei einer real vorhandenen quasi-statischen Beschleunigungsänderung.

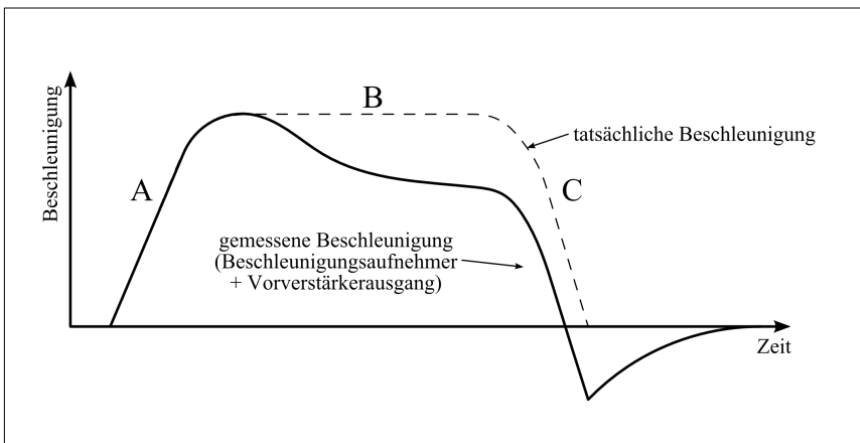


Abbildung 2: Ladungsabbau eines IEPE-Sensors bei quasi-statischer Messung (nach /3/)

Der Sensor kann dem schnellen Anstieg A der tatsächlichen Beschleunigung zu Beginn der Messung gut folgen, baut dann jedoch während der Haltephase B seine Ladung bereits ab. Der negativen Beschleunigungsänderung C kann der Sensor wiederum gut folgen. Aufgrund der bereits zuvor abgebauten Ladung ergibt sich jedoch am Ende der tatsächlichen Beschleunigung ein Wert

unterhalb Null. Anschließend erreicht die gemessene Beschleunigung infolge des exponentiellen Ladungsabbaus wieder den tatsächlichen Nullwert. Kenngröße für den Ladungsabbau ist hierbei die Zeitkonstante des sich aus Sensor und Vorverstärker ergebenden RC-Glieds.

Piezoresistiv und kapazitiv arbeitende Accelerometer sind in der Lage auch statische Beschleunigungen zu messen. Bei kapazitiven Sensoren wird durch die Auslenkung der seismischen Masse der Plattenabstand eines Kondensators verändert und somit die Bewegung messbar gemacht. Die seismischen Massen in piezoresistiven Aufnehmern sind an als Halbleiter-DMS ausgeführten Biegestäben aufgehängt, welche infolge der Auslenkung der Testmasse ihren elektrischen Widerstand ändern. Sensoren dieser beiden Bauarten werden heute zumeist in sogenannter MEMS-Bauweise (mikro-elektro-mechanische Systeme) hergestellt. Durch die Möglichkeit der Messung von statischen Beschleunigungen, wie der Erdbeschleunigung, können besonders unter Verwendung von triaxialen Aufnehmern, zusätzlich die Neigung und die Lage des Messobjekts im Raum bestimmt werden.

3 numerische Integration von Beschleunigungen

Wie bereits eingangs erwähnt, kann durch die Verfahren der numerischen Integration aus den gemessenen Beschleunigungen sowohl eine Schwinggeschwindigkeit, als auch ein Schwingweg errechnet werden.

Das aufgezeichnete Beschleunigungssignal kann hierbei mit unterschiedlichen Verfahren numerisch integriert werden. Das am häufigsten verwendete Verfahren stellt hierbei die Trapezregel dar. Bei diesem numerischen Verfahren wird das Integral durch Trapeze mit den zeitdiskreten Abtastwerten als Eckpunkten angenähert. Abbildung 3 zeigt das grundsätzliche Verfahren. Bei einer zu geringen Abtastrate ergibt sich ein relativ großer Fehler bei der Integration hochfrequenter Beschleunigungen (siehe gestrichelte Kurve). Dieser Fehler wird jedoch bereits durch die Nutzung eines Anti-Aliasing-Filters beschränkt und kann bei einer entsprechend hohen Überabtastung vernachlässigt werden.

Eine wichtige Bedingung für die Zuverlässigkeit der numerischen Integration ist, dass das ursprüngliche Schwingverhalten auch nach erfolgter Integration erhalten bleibt. Findet zum Beispiel im gemessenen Beschleunigungssignal eine annähernd symmetrische Schwingung um eine Mittellage statt, so müssen die berechnete Schwingschnelle, sowie der Schwingweg ebenfalls eine Schwingung

um eine Mittellage ausführen. Das ursprüngliche Schwingverhalten ergibt sich jedoch in der Regel nicht direkt aus der numerischen Integration. Stattdessen muss das physikalisch richtige Verhalten durch eine entsprechende Filterung bzw. Signalbearbeitung wieder hergestellt werden.

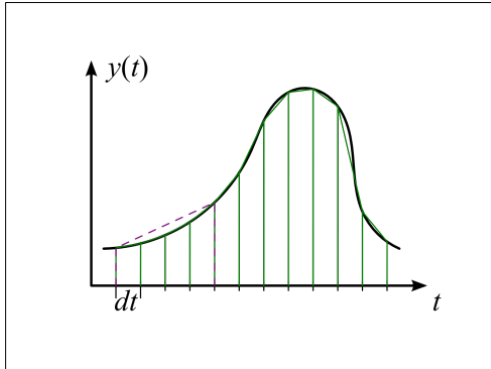


Abbildung 3: numerische Integration über die Trapezregel

Im Folgenden werden die Probleme, welche bei der numerischen Integration von gemessenen Beschleunigungssignalen auftreten können, anhand des Sensorvergleichs eines IEPE-Sensors und eines kapazitiven MEMS-Sensors erläutert. Hierzu wurde eine Vergleichsmessung an einer schwingenden Vibrationsbandage einer Kompaktwalze durchgeführt. Die Sensorinstallation ist im Titelbild dieses Artikels dargestellt.

Für die Vergleichsmessungen wurden die Beschleunigungssignale mit einer Abtastrate von 1280 Hz aufgezeichnet. Hierbei wurden die aufgezeichneten Signale durch einen Tiefpassfilter sechster Ordnung mit Butterworth-Charakteristik auf maximal 150 Hz begrenzt. Aus dieser Signalbegrenzung ergibt sich ein Überabtaustungsfaktor von ca. 8,5. Das mit dem IEPE-Sensor aufgezeichnete Signal wurde zusätzlich mit einem Hochpassfilter mit 0,5 Hz Grenzfrequenz gefiltert. Eine niedrigere Grenzfrequenz konnte softwareseitig nicht eingestellt werden. Der MEMS-Sensor ist nur durch den Tiefpassfilter begrenzt und kann somit auch statische Beschleunigungen erfassen.

Die von beiden Sensoren gemessenen Beschleunigungen für einen Start der Vibration mit anschließendem Hoch und Auslaufen sind in Abbildung 4 dargestellt. Im Signalverlauf des MEMS-Sensors ist die Erdbeschleunigung als statische Auslenkung von der Nulllage deutlich zu erkennen. Das Schwingverhalten beider Messsignale weist weiterhin eine gute Übereinstimmung auf.

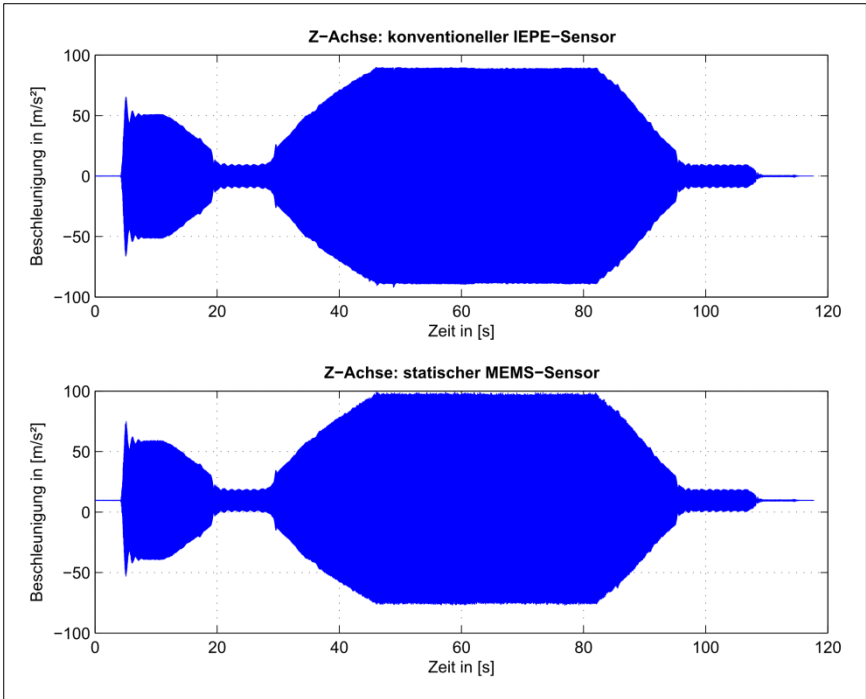


Abbildung 4: Beschleunigungssignale Sensorvergleichsmessung

Nach dem Einschalten der Vibration, wird ausgehend von der minimal möglichen Frequenz von ca. 20 Hz die Vibration stufenlos bis auf die maximale Frequenz von ca. 68,4 Hz verstellt. Nach einer Haltephase von ca. 35 s wird die Vibrofrequenz wieder bis auf die Leerlauf Frequenz heruntergefahren und anschließend die Vibration ausgestellt.

Werden aus den gemessenen Beschleunigungssignalen, ohne jegliche Filterung bzw. Signalbearbeitung, Schwingschnellen über die Trapezregel ermittelt, so ergeben sich die Signalverläufe aus Abbildung 5. Hierbei ist zu erkennen, dass sich durch das statische Offset im Beschleunigungssignal des MEMS-Sensors nach erfolgter numerischer Integration ein stetig steigender Signalverlauf ergibt. Die Steigung der errechneten Schwingschnelle entspricht hierbei dem Wert der Erdbeschleunigung. Um das physikalisch richtige Schwingverhalten zu erhalten, muss folglich das statische Offset vor der numerischen Integration entfernt werden.

Im Signalverlauf des an sich Offset-freien IEPE-Sensors sind trotzdem nach der Integration Artefakte vorhanden. Als Artefakte werden hier real nicht vorhandene Schwingungen bezeichnet, welche sich z.B. aus der Messmethode oder der Datenverarbeitung ergeben. Zu sehen sind niederfrequente Störungen, die auf die Integration von ebenfalls niederfrequenten Störungen und teilweise quasi-statischen Effekten, wie z.B. Stößen und ruckartigen Beschleunigungsänderungen, zurückzuführen sind.

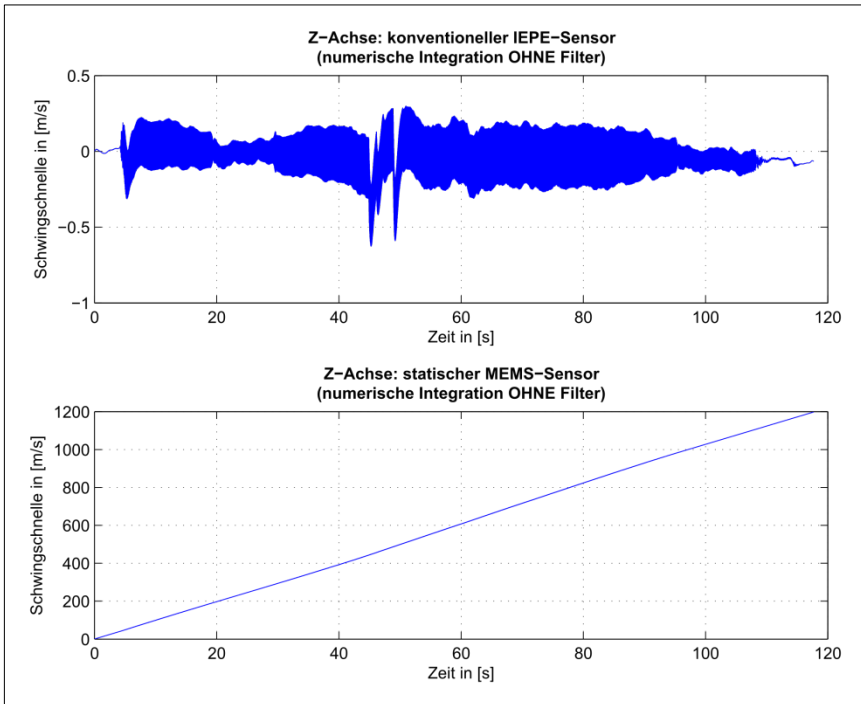


Abbildung 5: numerisch errechnete Schwingschnellen, ohne jegliche Filter

Mathematisch gesehen findet durch die Integration letztlich eine Umbewertung der Amplituden im Frequenzbereich statt. Der Integration im Zeitbereich entspricht hierbei nach $1/5$ im Frequenzbereich die Multiplikation der Amplitude mit dem Kehrwert der zugehörigen Kreisfrequenz. Die Amplituden hochfrequenter Signalanteile werden hierdurch folglich geringer bewertet, während die Amplituden niederfrequenter Signale angehoben werden. Wird davon ausgegangen, dass die gemessenen Amplituden über die

gesamte Bandbreite mit einem gleich großen Messfehler behaftet sind, so haben die Fehler im niederfrequenten Bereich einen deutlich stärkeren Einfluss auf das Ergebnis nach der Integration. Da durch sehr kleine Frequenzwerte, nahe Null, geteilt wird, ergeben sich hierbei bereits aus kleinsten Störgrößen entsprechend große fehlerbehaftete und niederfrequente Schwingungen im Signal der Schwingschnelle. Gerade die bereits erklärten Störeffekte von IEPE-Sensoren im niederfrequenten Bereich werden durch eine numerische Integration, ohne entsprechende Vorfilterung des Integranden, zusätzlich verstärkt und führen zu den Artefakten im Schwingungsverlauf.

Diese sich letztlich aus der zugrunde liegenden Mathematik ergebenden Fehler können durch eine entsprechende Hochpassfilterung des Signals vor der unbestimmten, numerischen Integration teilweise unterdrückt werden. Als digitales Hochpassfilter wird hierzu ein Butterworth-Filter sechster Ordnung verwendet. Aus Versuchen mit unterschiedlichen Grenzfrequenzen wurde die für die numerische Integration optimale Filterung ermittelt. Hierbei wurde vor allem auf ein physikalisch richtiges Schwingverhalten der berechneten Größen Wert gelegt.

Wenn allein die Schwingschnelle betrachtet werden soll, ergab sich eine Grenzfrequenz des Hochpassfilters von $f_G \approx 5\text{Hz}$. Die sich hierbei einstellenden Zeitverläufe der Schwingschnellen sind in Abbildung 6 gezeigt.

Werden die sich so ergebenden Schwingschnellen ohne weitere Datenbearbeitung nochmals unbestimmt integriert, so ergeben sich wiederum mit einer Drift überlagerte Zeitverläufe (ähnlich wie in Abbildung 5 unten). Die lineare Drift ergibt sich hierbei aus dem Anfangswertproblem der unbestimmten Integration der Signale. Beträgt das Signal des Integranden Z zu Beginn des Integrationszeitraums nicht exakt Null, so ergibt sich nach der Integration ein Offset um den Wert $Z_0 = Z|_{t=0} \cdot dt$. Dieses konstante Offset sorgt nach der Integration für ein Weglaufen des Signals mit der Steigung Z_0 . Aus diesem Grund muss vor einer erneuten Integration, der errechneten Schwingschnellen auf die Schwingwege, das Signal wiederum mittelwertfrei gemacht werden. Dies wird in der Regel durch eine erneute Filterung mit den gleichen Filtereinstellungen, wie bei der ersten Integration erreicht.

Bei der zweifachen Integration auf den Schwingweg hat sich gezeigt, dass zu diesem Zweck ein Hochpassfilter mit 5 Hz Grenzfrequenz nicht mehr ausreichend ist. Erst durch ein entsprechendes Filter mit einer Grenzfrequenz von $f_G \approx 10\text{Hz}$ wird ein plausibles Schwingverhalten wiederhergestellt. Der Verlauf der über zweifache

Integration der gemessenen Beschleunigungssignale errechneten Schwingwege ist in Abbildung 7 dargestellt.

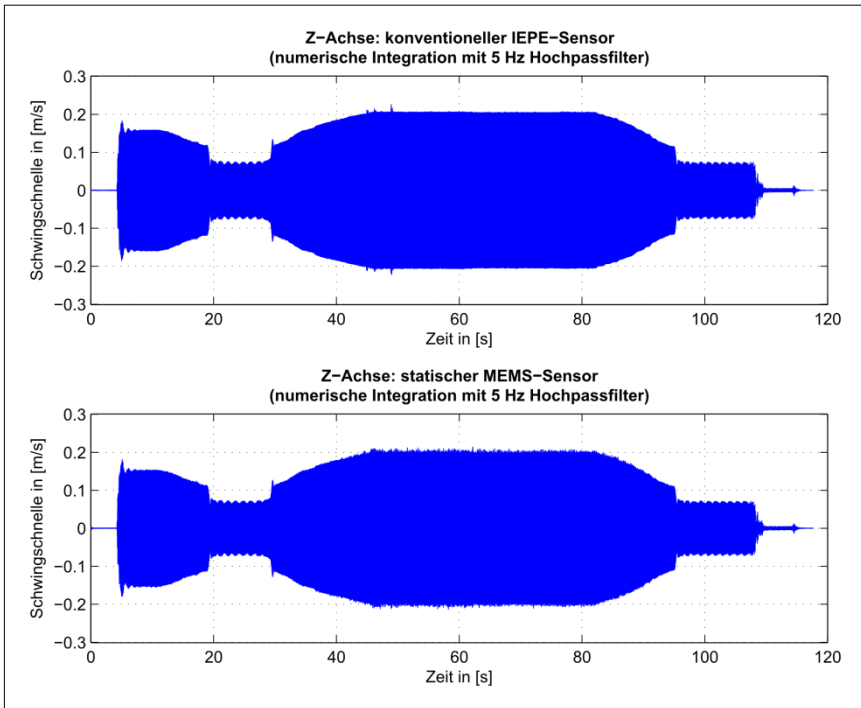


Abbildung 6: Schwingschnelle mit 5 Hz Hochpassfilter

Die über beide Sensoren aufgezeichneten Schwingungen zeigen grundsätzlich eine gute Übereinstimmung in den Signalverläufen. Größere Unterschiede ergeben sich jedoch bei der Messung ruckartiger Beschleunigungsänderungen, wie sie sich beim Einschalten der Vibration und beim Erreichen der maximalen Vibrationsfrequenz ergeben. Hierbei zeigen sich besonders nach der Integration des IEPE-Sensorsignals deutlich höhere Spitzenwerte als beim MEMS-Sensor. Weiterhin sind die mittels des IEPE-Sensors erfassten Werte grundsätzlich etwas höher, als die durch den MEMS-Sensor gemessenen. Aufgrund des für niedrige Frequenzbereiche prinzipiell besser geeigneten Messverfahrens geben die Messwerte des MEMS-Sensors in diesem Fall vermutlich die Realität genauer wieder.

Des Weiteren zeigte der MEMS-Sensor im untersuchten Messbereich ein deutlich schlechteres Signal-Rausch-Verhältnis als der IEPE-Sensor. Dieser Umstand ist vermutlich auf den deutlich geringeren Dynamikumfang des MEMS-Sensors und der damit verbundenen, schlechteren Aussteuerung des Messbereichs zurückzuführen.

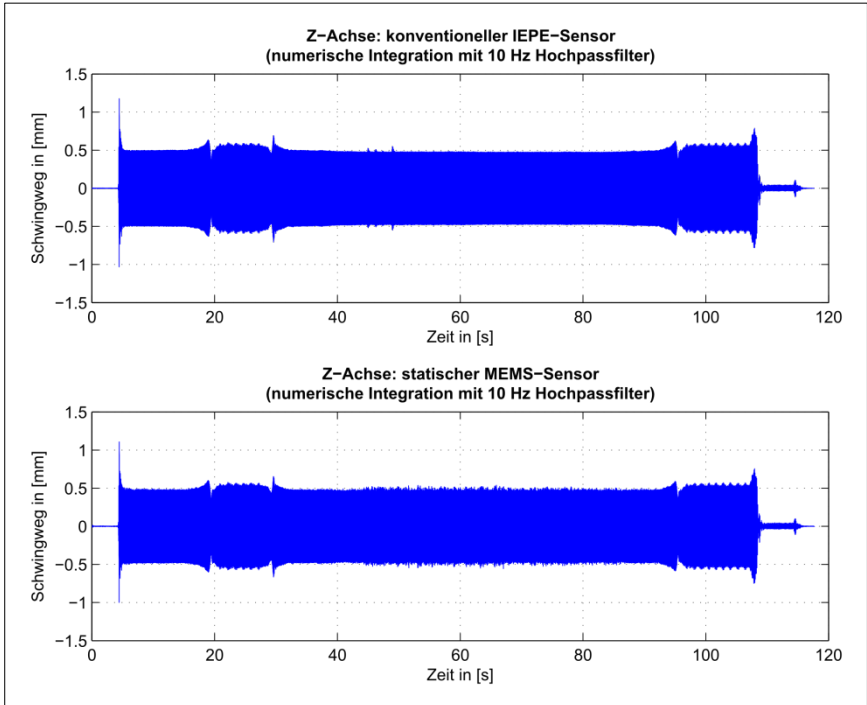


Abbildung 7: Schwingweg mit 10 Hz Hochpassfilter

4 Zusammenfassung

Aus der durchgeführten Sensorvergleichsmessung ergeben sich die folgenden Empfehlungen für Schwingungsmessungen im niederfrequenten Bereich mit Hilfe von Beschleunigungsaufnehmern.

- Soll aus der gemessenen Beschleunigung die Schwingschnelle errechnet werden, so ist das Signal vor der Integration durch einen Hochpass mit mindestens 5 Hz Grenzfrequenz zu filtern.
- Soll weiterhin der Schwingweg errechnet werden, so sind zwei Hochpassfilter mit 10 Hz Grenzfrequenz vor der jeweiligen Integration zu verwenden.
- Zusätzlich zu den Hochpassfiltern sollte vor einer numerischen Integration ein eventuell vorhandener Mittelwert (Offset) aus dem zu integrierenden Signal entfernt werden. Dies kann durch den Abzug des Mittelwerts über den gesamten Signalverlauf erreicht werden. (Anmerkung: Das statische Offset wird zwar auch durch ein entsprechendes Hochpassfilter entfernt, es hat sich jedoch gezeigt, dass ein „hartes“ Entfernen des Offsets die Stabilität der numerischen Integration zusätzlich erhöht.)
- In den meisten Anwendungsfällen sind IEPE-Sensoren für die Schwingungsmessungen ausreichend. Gerade bei Integration auf Schwingschnellen und -wege ist durch den Einsatz statischer MEMS-Sensoren kein nennenswerter Genauigkeitsgewinn zu erreichen. (Anmerkung: Die sich aus der Integration ergebenden Unsicherheiten sind im Vergleich zum zu erwartenden Genauigkeitsgewinn zu groß, um den Mehraufwand für die Verwendung von statischen MEMS-Sensoren zu rechtfertigen.)
- Sind bei den Schwingungsmessungen relevante Signalanteile im Frequenzbereich unter 10 Hz zu erwarten bzw. zeigen sich solche Anteile im Frequenzspektrum des Beschleunigungssignals, so ist eine Integration nicht zulässig. Weiterhin sind in diesem Fall statische MEMS-Sensoren (DC-Response) gegenüber den IEPE-Sensoren (AC-Response) zu bevorzugen.

Die wichtigsten Empfehlungen bezüglich der Filterung von gemessenen Beschleunigungssignalen zur numerischen Integration sind in der nachfolgenden Abbildung nochmals bildlich wiedergegeben.

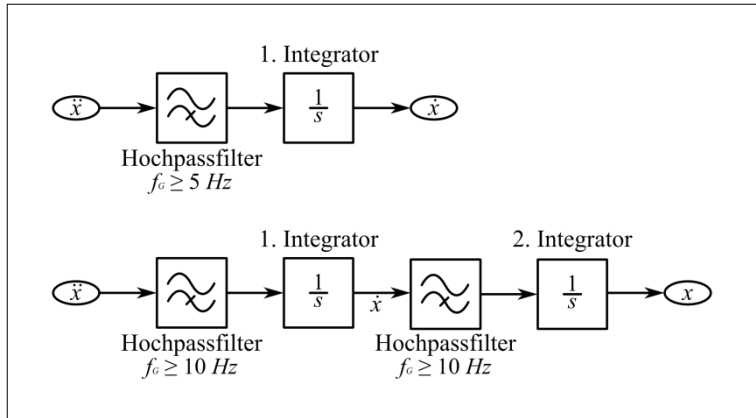


Abbildung 8: numerische Integration mit Hochpassfilter

5 Literatur

- /1/ Hoffmann, J. (Hrsg.): Handbuch der Meßtechnik. München : Hanser, 1999
- /2/ Grote, K.-H. (Hrsg.) ; Feldhusen, J. (Hrsg.): Dubbel : Taschenbuch für den Maschinenbau. 22. Auflage. Berlin : Springer, 2007
- /3/ Brüel & Kjær: Piezoelektrische Beschleunigungsaufnehmer und Vorverstärker : Theorie und Anwendung. 1990 - Firmenschrift
- /4/ Lohrengel, A. ; Institut für Maschinenwesen: Maschinenakustik. Clausthal-Zellerfeld, 2010 (2. Auflage) – Vorlesungsskript
- /5/ Rudolph, D.: Die Fourier-Transformation und ihre Anwendungen – Teil 3. In: WissenHeute (2004), Jg. 57 9/2004, S. 502 ff