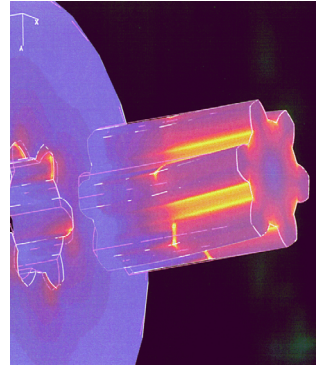


# Zahnwellenberechnung

Schäfer, G.

*Die Auslegung von Zahnwellen-Verbindungen stellt eine tägliche Aufgabe in vielen Anwendungsfällen dar. Die numerische Simulation ist dabei in vielen Fällen zu aufwändig. Mit einer Berechnungsrichtlinie soll eine genaue und schnelle Dimensionierung erreicht werden.*



*The dimensioning of splined shaft-hub connections is an everyday task in many cases of application. A sophisticated numerical simulation mostly needs too many resources. With the aid of a calculation guideline, an exact and fast dimensioning is to be achieved.*

## 1 Einleitung

Für die Berechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen können aktuell die DIN 743 und die DIN 5466E sowie daran angelehnte Berechnungshinweise in Maschinenelemente-Lehrbüchern herangezogen werden. Die DIN 743 berücksichtigt dabei als Wellenberechnungsnorm primär den Einfluss der Verbindungsgeometrie auf die Welle. Die Auslegung der Verbindung selber als System aus Welle und Nabe ist dagegen Kern der DIN 5466E.

Die Normen enthalten Kennzahlen und Diagramme für die Geometrie nach DIN 5480, die auf Basis numerischer Untersuchungen mit linear-elastischem Werkstoffverhalten ermittelt wurden. Da reale Beanspruchungsfälle aber lokale Plastifizierungen verursachen, treten hier deutliche Differenzen zwischen Berechnung und Realität auf. Die neu durchgeführten Simulationen liefern mit realen (teilplastischen) Werkstoffkennlinien entsprechend geänderte Kennzahlen und Diagramme.

Zusätzlich wurden praxisrelevante Geometrievariationen, wie geänderte Flankenwinkel und Fußausrundungsradien, und Belastungsvarianten, wie Drehmomentdurchleitung und Drehmomentsammlung in einer Nabe, in die neue Auslegungsrichtlinie hereingenommen. Schließlich wurden die numerischen Simulationen auch über die in der DIN 5466 festgelegte Gültigkeitsgrenze von „Nabenaußen-

durchmesser  $d_{e2} \geq 1,5 \cdot \text{Bezugsdurchmesser } (d_B)$  weit zu dünnwandigen Naben hin ( $d_{e2} = 1,1 \cdot d_B$ ) durchgeführt.

## 2 Arbeitsprogramm

Das Arbeitsprogramm der numerischen Simulationen wurde dazu auf die Klärung der Einflussgröße folgender Parameter auf die Bauteilbeanspruchung ausgerichtet:

- Teilplastizität
- Nabenwandstärkenverhältnis
- Fußrundungsradius
- Flankenwinkel
- Drehmomentenleitung
- Oberflächenhärte

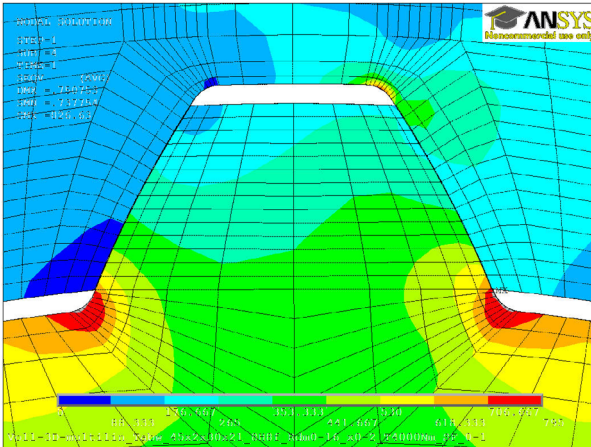
Die Simulationsrechnungen zur Bestimmung der jeweiligen Einflussgröße wurden über breite Geometrievariationsbereiche ausgeführt. Für die Teilplastizität z.B. wurde von (Bezugsdurchmesser x Modul x Zähnezahl)  $10 \times 0,5 \times 18$  bis  $380 \times 10 \times 36$  in 36 Geometrievarianten über den gesamten Bereich der in der Auswahlreihe in DIN 5480 angegebenen Verzahnungen variiert. Jede Geometrievariante wurde dazu in sechs Drehmomentlaststufen von 0 Nm bis deutlich in den teilplastischen Bereich herein berechnet.

Die Fußrundungsvarianten wurden vom kleinsten nach DIN 5480 vorgesehenen Fußrundungsradius bis zur vollen Fußausrundung berechnet. Die Fußausrundungen wurden jeweils mit konstantem Radius modelliert, siehe auch DIN/ISO 4156 „fillet root“. Variable Fußradien oder Korbbögen gehören zu den möglichen Optimierungsansätzen, die in einem anderen Projekt verfolgt werden.

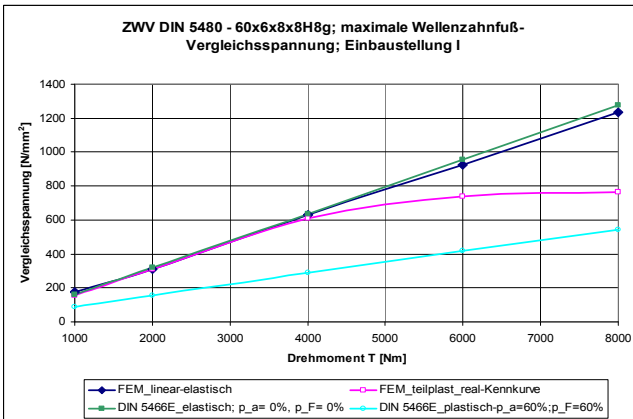
## 3 Teilplastizität

Die größten Spannungen unter Torsionsbelastung ergeben sich in Zahnwellen-Verbindungen (ZVV) allgemein in der Zahnfußausrundung der Welle. Hier treten schon bei geringen Drehmomenten lokal sehr begrenzt teilplastische Beanspruchungen auf, siehe **Bild 1**, die aber das Dauerfestigkeitsverhalten noch nicht beeinflussen. Die teilplastisch beanspruchten Bereiche der Verzahnung, in Bild 1 ca. 10% der ersten Elementreihe in der Fußausrundung, sind jeweils grau markiert (bitte farbige Darstellungen unter <http://www.imw.tu-clausthal.de/forschung/publikationen/institutsmitteilungen/> nutzen). Durch die Stützwirkung benachbarter Bauteilbereiche wird eine

Spannungsumlagerung möglich, die zu einer deutlichen Reduzierung der Maximalbeanspruchung führt. Dieser Vorgang ist in einer verbesserten Berechnungsgrundlage, die eine Auslegung von Zahnwellen-Verbindungen ohne FEM-Simulation ermöglicht, zu berücksichtigen.



**Bild 1:** FEM-Simulation an teilungsabweichungsbehafteter ZWV, DIN 5480 – 45x2x21 8H8f, T = 4000 Nm; plastisch beanspruchte Bauteilbereiche sind grau markiert

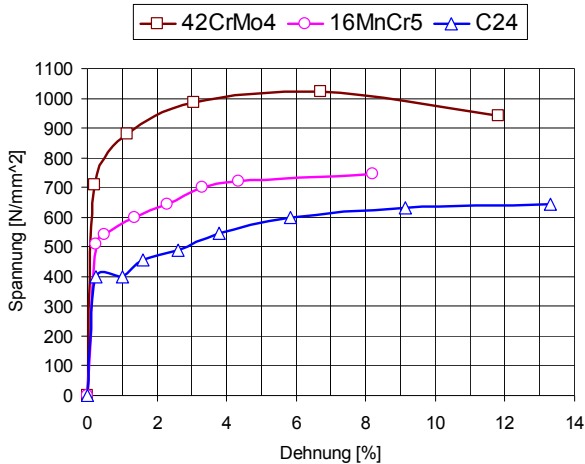


**Bild 2:** Vergleich der numerischen Simulation (FEM) und der zurückgezogenen Berechnung nach DIN 5466-2 jeweils linear-elastisch und teilplastisch.

Die linear-elastische Auslegung von Zahnwellen-Verbindungen ist unter den heute üblichen hohen Belastungen nicht sinnvoll durchführbar, da dadurch z.B. unrealistisch hohe Zahnfußbeanspruchungen

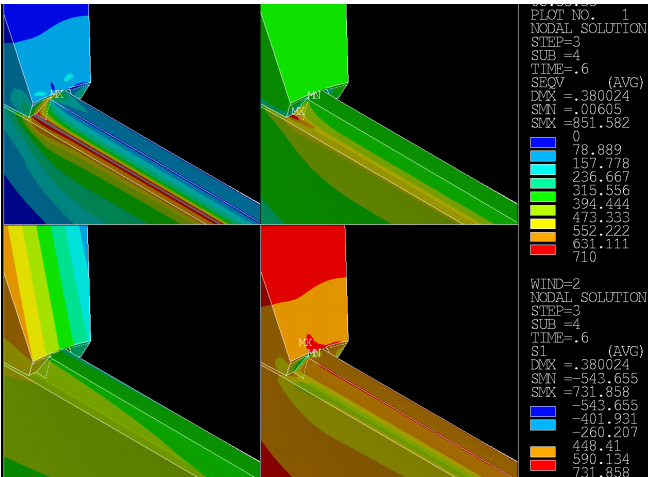
ermittelt werden, siehe **Bild 2** bei z.B. 7 kNm. Die einfache Annahme eine Plastifizierungsfaktors ergänzend zu den Grundlagen aus DIN 5466-2 liefert auch kein befriedigendes Ergebnis, da dadurch der gesamte Lastbereich beeinflusst wird, siehe unterste Kurve in Bild 2, und so meist kritisch kleine Beanspruchungen ermittelt werden. Eine Lösung stellt die weiter unten dargestellte iterative Vorgehensweise dar.

Für die aktuell durchgeführten numerischen Variationsrechnungen zur Quantifizierung des Einflusses des teilplastischen Materialverhaltens wurden die realen Spannungs-Dehnungskennlinien aus **Bild 3** in Form multilinearere Kennlinien mit drei Approximationsgeraden bis zur Zugfestigkeit in der numerischen Berechnung abgebildet.

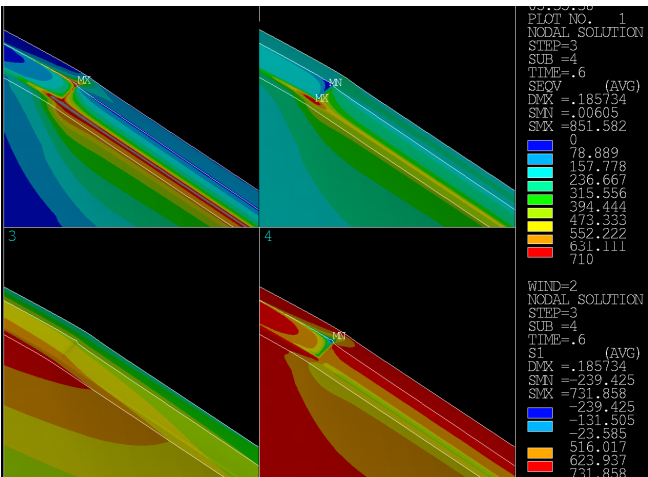


**Bild 3:** Spannungs-Dehnungskennlinien

Neben dem nichtlinearen Werkstoffverhalten muss die numerische Berechnung auch das nichtlineare Kontaktproblem zwischen Wellen- und Nabenflanken lösen. Dazu wird im IMW ANSYS genutzt. Für die Menge der Berechnungen wurde ein APDL-Skript entwickelt, das die Geometrievarianten und eine saubere Vernetzung, auf Basis der gesammelten Erfahrungen am IMW, erzeugt. Des Weiteren steuert es die Lastschritte und generiert die gesammelten Ausgabedateien. Als Ergebnis davon sind Variantenrechnungen jetzt automatisiert in vertretbaren Zeiträumen bearbeitbar. Die folgenden **Bilder 4** und **5** stellen ein Teilergebn einer solchen Variationsrechnung dar. In Bild 5 ist die Nabe nicht mit dargestellt, um die Lastsituation in der höher beanspruchten Welle besser erkennen zu können. Die Darstellungen setzen sich aus der Vergleichsspannung nach v. Mises links oben, der ersten Hauptspannung rechts oben, der Verformung links unten und der dritten Hauptspannung rechts unten zusammen.

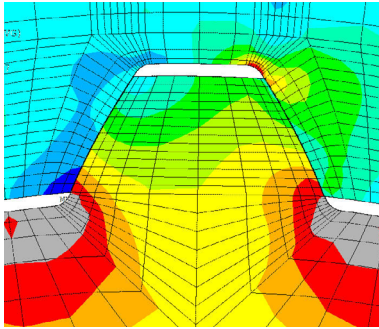


**Bild 4:** Spannungen und Verformungen, DIN 5480 45x2x21, 3516 Nm; plastisch beanspruchte Bauteilbereiche sind grau markiert

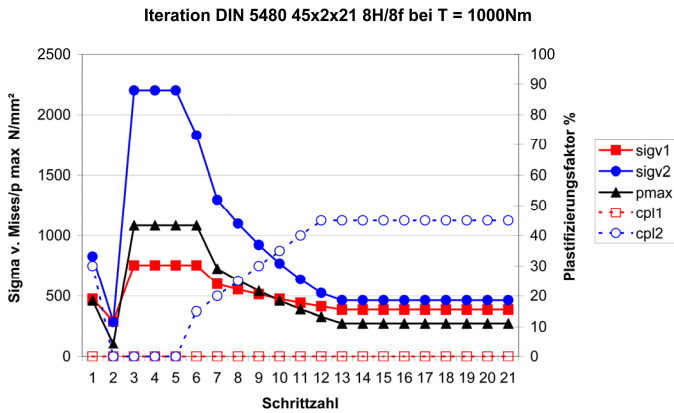


**Bild 5:** Spannungen und Verformungen, DIN 5480 45x2x21, 3516 Nm, W; plastisch beanspruchte Bauteilbereiche sind grau markiert

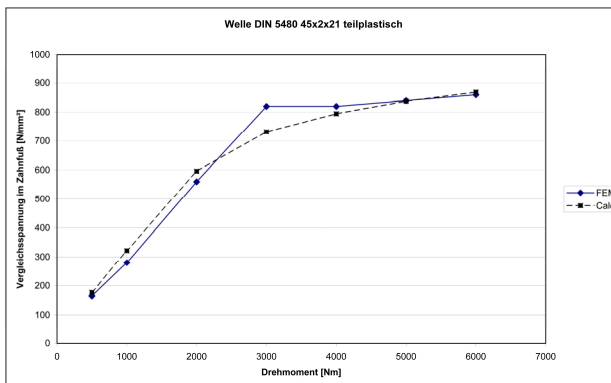
Steigert man die Belastung deutlich weiter auf 6 kNm, so stellt sich eine fast vollständige Plastifizierung im Zahnfuß ein, siehe **Bild 6**. Realisiert man einen beanspruchungsabhängigen Plastifizierungsfaktor, so kann durch iterative Berechnung das in Bild 7 dargestellte Ergebnis erreicht werden, das in Bild 8 nochmals vergleichend mit den Ergebnissen der teilplastischen FEM dargestellt ist. Die Arbeiten wurden durch die Forschungsvereinigung Antriebstechnik (FVA) unterstützt und sollen in eine FVA-Berechnungsrichtlinie einfließen.



**Bild 6:** FEM-Simulation an teilungsabweichungsbehafteten ZWV, DIN 5480 – 45x2x21 8H8f, T = 6000 Nm; plastisch beanspruchte Bauteilbereiche sind grau markiert



**Bild 7:** Ablauf des vorgeschlagenen iterativen Berechnungsgang mit ansteigender Plastifizierung (cpl), Index 1=Welle, 2=Nabe



**Bild 8:** Vergleichsspannung im Wellenzahnfuß nach v. Mises, Welle:  $R_e = 800 \text{ MPa}$ ,  $R_m = 1000 \text{ MPa}$ , Nabe:  $R_e = 650 \text{ MPa}$ ,  $R_m = 1000 \text{ MPa}$ ; „Calc“ ist das Ergebnis der iterativen Berechnung