

Optimierung der Zahnfuß- ausrundung an Zahnstangen durch parameterbasierte und freie FE-Analysen



Arslan, G.

Zahnstangen werden durch den Einzug der elektromechanisch unterstützten Servolenkungen sehr hohen Beanspruchungen ausgesetzt. Um die Zahnfußbiegespannung zu reduzieren, wird der Versuch unternommen, alternative Fußausrundungsformen zu der klassischen kreisförmigen Zahnfußausrundung zu finden. Das Ziel ist die Kerbwirkung zu minimieren und somit die Zahnfußbiegespannung zu reduzieren. Die Lösung soll durch die Anwendung von parameterbasierten und -freien FE-Untersuchungen erreicht werden.

Since the entry of electromechanical supported steering the racks are exposed to high loads. To reduce the tooth-tooth-stress it is aimed to find alternative shapes of fillet instead of using classical circular fillet. The aim is to minimize the notch effect and hence also to reduce the tooth-tooth-stress. The solution should be reached by using applications of parameter-based and -free FE analysis.

1 Einleitung und Aufgabenstellung

Die Zahnstange als Maschinenelement dient zur Bewegungsumwandlung von Rotation in Translation. Aktuell findet sie ihren Einsatz u.a. in Werkzeugmaschinen und Lenkgetrieben. Letztere erfahren seit der Einführung der elektromechanisch unterstützten Servolenkungen sehr hohe Beanspruchungen. Die Lenkungsverzahnungen werden neben Hertz'scher Pressung auf Verschleiß und Zahnfußbiegung beansprucht. Der Fokus der Arbeit liegt auf der Zahnfußbiegebeanspruchung. Aus den zugrunde liegenden Leistungsdaten des Lenkgetriebes wird die Verzahnungsgeometrie festgelegt. Bei dieser Vorgehensweise wird immer von einer kreisförmigen Zahnfußausrundung ausgegangen. Die Zahnfußausrundung hat einen entscheidenden Einfluss auf die Zahnfußbiegespannung, da sie einen spannungserhöhenden Charakter (Kerbwirkung) hat. Eine optimale Zahnfußausrundung bei kreisförmiger Ausrundung liegt dann vor, wenn der Bo-

gen die Fußnutzlinie tangiert. Dies ist in den meisten Anwendungen nicht der Fall.

Im Folgenden werden kreisförmige und elliptische Fußausrundungsformen vorgestellt. Am vollständig parametrisierten Zahnstangenmodell werden für diverse Parametervariationen FE-Analysen zur Ermittlung der Zahnfußbiegespannung durchgeführt. Um diese umfangreichen Untersuchungen nicht manuell durchzuführen, wird die Prozessautomatisierungs- und Designoptimierungssoftware Isght eingesetzt. Neben der parameterbasierten FE-Analyse wird zur Bestimmung der Zahnfußbiegespannung das parameterfreie Optimierungsprogramm TOSCA verwendet. Im Anschluss an die Berechnungen werden die Ergebnisse dargestellt und interpretiert.

2 Kreisförmige und elliptische Zahnfußausrundung

Die Verzahnungsgeometrie der Zahnstange hängt von mehreren Parametern wie Zahnstangendurchmesser, Normalmodul, Normaleingriffswinkel, Zahnkopfdickenfaktor, Kopf-, Teil-, Fußnutz- und Fußlinie, Schrägungswinkel, Zahnlückenmitte an der Fußlinie sowie dem Fußausrundungsradius ab. In dieser Untersuchung wird der Einfluss des Schrägungswinkels nicht weiter betrachtet. **Bild 1** gibt schematisch die Verzahnungsgeometrie der Zahnstange wieder.

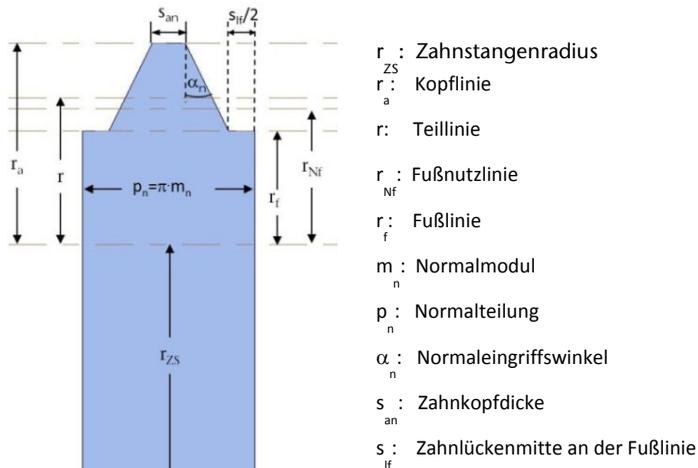


Bild 1: Geometrie der Zahnstangenverzahnung

Der kreisförmige Fußausrundungsradius wird durch die beiden Parameter Normaleingriffswinkel und Zahnlückenmitte beschrieben.

Liegt der tangentielle Übergang der Fußausrundung über der Fußnutzlinie wie im **Bild 2a** dargestellt, so muss der Fußausrundungsradius soweit verkleinert werden bis die Fußnutzlinie nicht überschritten wird. Der Hintergrund ist, dass ab der Fußnutzlinie das Gegenrad sich im Eingriff befindet. **Bild 2b** gibt den reduzierte Fußausrundungsradius und den Beginn der Fußausrundung an der Fußlinie um den Versatz s_0 von der Zahnlückenmitte wieder.

Im Weiteren werden die folgenden Begriffe voll- und teilrund eingeführt. Kann eine Verrundung von der Mitte der Zahnlücke an der Fußlinie ausgeführt werden, so wird die Verrundung vollrund bezeichnet, ansonsten teilrund. Mit einer elliptischen Verrundung kann durch Anpassung der beiden Halbachsen der Übergang an der Fußnutzlinie ausgenutzt werden, wie aus **Bild 2c** und **Bild 2d** schematisch zu entnehmen ist.

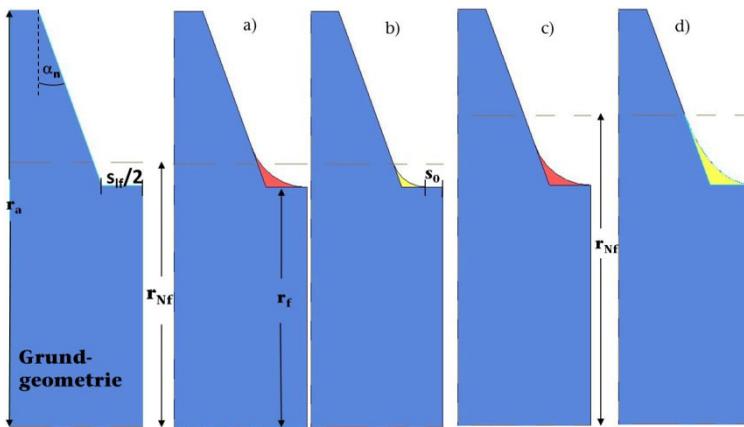


Bild 2: Fußausrundungsformen in Abhängigkeit von r_{Nf} und s_0

3 Untersuchungsprogramm

Um den Einfluss der kreisförmigen und elliptischen Fußausrundung auf die Zahnfußbiegespannung untersuchen zu können, wurden acht Grundgeometrien ausgewählt, die aus der folgenden Tabelle entnommen werden können. **Bild 3** gibt zusätzlich die räumliche Gestalt wieder. Die Parameter Fußlinie, Versatz s_0 und die Fußnutzlinie werden je nach untersuchter Parameterstudie verändert.

In der ersten Versuchsreihe wird bei kreisförmiger Fußausrundung die Fußlinie variiert. In der zweiten Versuchsreihe wird bei konstanter Fußlinie der Versatz s_0 variiert. In der dritten Versuchsreihe wird bei elliptischer Fußausrundung die Fußnutzlinie variiert. Als letztes wird für einige ausgewählte Geometrien für zwei Fußnutzlinien der Versatz variiert.

Bezeichnung	r_{zs} [mm]	s_{an} [mm]	m_n [mm]	α_n [°]	r_a [mm]
Geometrie 1	13	1,11	1,85	20	9,2
Geometrie 2	13	1,11	1,85	25	9,2
Geometrie 3	13	1,365	2,1	20	9,2
Geometrie 4	13	1,365	2,1	25	9,2
Geometrie 5	18	1,11	1,85	20	14,5
Geometrie 6	18	1,11	1,85	25	14,5
Geometrie 7	18	1,365	2,1	20	14,5
Geometrie 8	18	1,365	2,1	25	14,5

Tabelle 1: Grundgeometrien für die Zahnstangenverzahnung

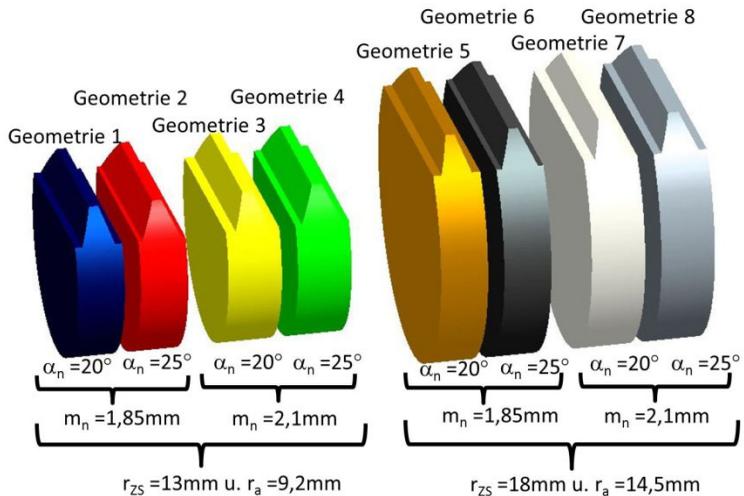


Bild 3: CAD-Modell der Grundgeometrien

4 Parameterbasierte FE- Untersuchungen

Die numerischen Untersuchungen sind mit dem FE-Programm Abaqus berechnet worden. Die Informationen zur Randbedingungen können aus **Bild 4** entnommen werden. Die Zahnnormalkraft wird senkrecht zur Zahnflanke an der Kopfkante aufgebracht und die Einspannung erfolgt an den Stirnflächen des Einzelzahns. Aus Untersuchungen sind die Annahmen für die Randbedingungen durch umfangreiche FE-Analysen abgesichert /2/.

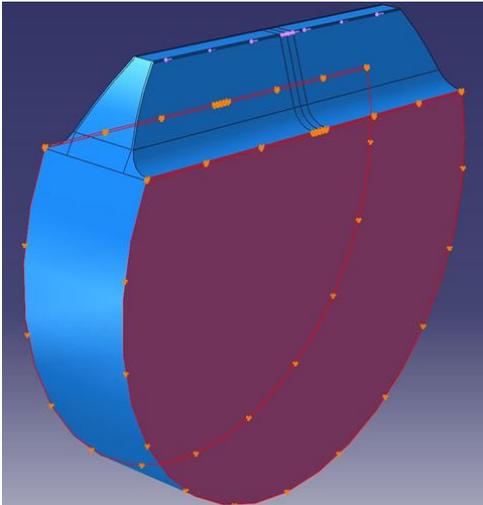


Bild 4: Randbedingungen

Alle Berechnungen wurden mit einer Zahnnormalkraft von 5kN und mit einem E-Modul von 210.000 N/mm^2 durchgeführt. Die Parameterstudien wurden in der Prozessautomatisierungs- und Designoptimierungssoftware Isight definiert. Isight ruft automatisch nacheinander die CAD- Modelle in Pro/E und die FE-Modelle in Abaqus auf. Isight gibt den Berechnungsauftrag an Abaqus weiter und veranlasst, dass die Berechnungen starten. Nach dem Durchlauf der Berechnung wird die nächste Berechnung aufgerufen, bis die Parameterstudie beendet ist. Zur Regenerierung der parametrisierten Verzahnungsgeometrie im FE-Modell wird die assoziative bidirektionale Pro/E Schnittstelle eingesetzt.

Im Folgenden werden die wichtigsten Ergebnisse aus den Parameterstudien vorgestellt. Die gesamten Ergebnisse können aus den beiden Arbeiten von /1,2/ entnommen werden.

In **Bild 5** ist für die ersten vier Grundgeometrien mit dem Zahnstangenradius von 13mm der Einfluss der Fusslinie auf die Zahnfußbiegespannung dargestellt. Die Geometrien 1 und 2 besitzen einen Normaleingriffswinkel von 20° , die Geometrien 3 und 4 von 25° .

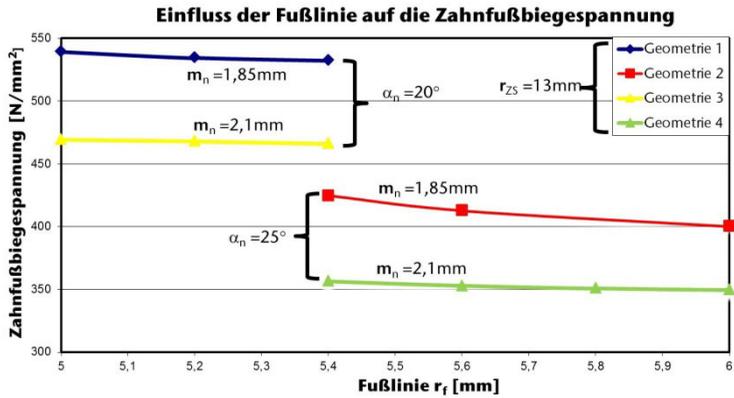


Bild 5: Einfluss der Fusslinie auf die Zahnfußbiegespannung

Aus dem **Bild 5** können drei Sachverhalte entnommen werden:

- Mit zunehmender Fußlinie nimmt die Zahnfußbiegespannung für alle Geometrien ab. Dies ist nachvollziehbar, da der Hebelarm mit zunehmender Fußlinie kleiner wird.
- Bei gleichem Normaleingriffswinkel bewirkt eine Zunahme des Normalmoduls eine Abnahme der Zahnfußbiegespannung. Das ist auch richtig, da eine Zunahme des Normalmoduls zur Vergrößerung der Normalteilung und somit der Zahnfußsehnendicke führt.
- Die Zunahme des Normaleingriffswinkels bei gleichem Normalmodul führt zur Zunahme der Zahnfußsehnendicke. Der Einfluss des Normaleingriffswinkels ist größer als der des Normalmoduls auf die Abnahme der Zahnfußbiegespannung.

Aus **Bild 6** kann der Einfluss des Versatzes der kreisförmigen Zahnfußausrundung von der Zahnlückenmitte entnommen werden. Die Zunahme des Versatzes hat zur Folge, dass der Zahnfußausrundungsra-

dius kleiner wird. Dies vergrößert die Kerbwirkung. Der Einfluss der Kerbwirkung ist durch die Zunahme der Zahnfußbiegespannung deutlich aus dem Bild zu entnehmen.

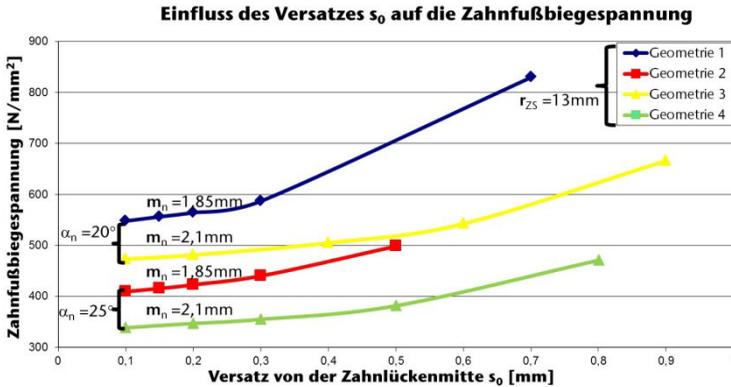


Bild 6: Einfluss des Versatzes s_0 auf die Zahnfußbiegespannung

Um den Einfluss der elliptischen Fußausrundung im **Bild 7** zu verstehen, haben die kreisförmige und elliptische Zahnfußausrundung die gleiche Fußlinie. Die gestrichelte Linie gibt die Größe der Zahnfußbiegespannung der kreisförmigen Zahnfußausrundung an. Da die Höhe der kreisförmigen Zahnfußausrundung beim Übergang zur Zahnflanke nur einen Wert annehmen kann, ist dieser Zustand durch die gestrichelte Linie beschrieben. Mit Zunahme der Fußnutzlinie nimmt die Zahnfußbiegespannung ab. Dieser Effekt wird bei allen Geometrien beobachtet. Im untersuchten Parameterraum sind die Zahnfußbiegespannungen der Geometrien 3 und 4 mit elliptischer Fußausrundung größer als die Geometrien mit kreisförmiger Zahnfußausrundung. Eine weitere Erhöhung der Fußnutzlinie würde zum Unterschreiten der Zahnfußbiegespannung der kreisförmigen Zahnfußausrundung führen. Die elliptische Fußausrundung bei der Geometrie 1 zeigt dagegen, dass die Zahnfußbiegespannung mit Zunahme der Fußnutzlinie innerhalb der untersuchten Grenzen unterhalb der von der kreisförmigen Zahnfußausrundung liegt. Um die Ergebnisse richtig einschätzen zu können, muss immer für eine vorgegebene Fußnutzlinie der realen Lenkungszahnstange interpretiert werden.

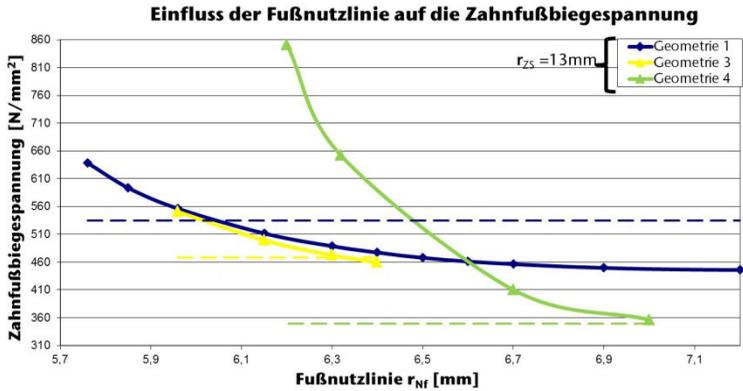


Bild 7: Einfluss der Fußnutzlinie bei elliptischer Fußausrundung auf die Zahnfußbiegespannung

Bild 8 gibt die Ergebnisse des Versatzes von elliptischen Zahnfußausrundungen wieder. Die Fußnutzlinie der Geometrien für elliptische Fußausrundung ist so gewählt worden, dass sie die gleiche Höhe wie die kreisförmige Zahnfußausrundung besitzen. Die gestrichelte Linie gibt wieder die Zahnfußbiegespannung für die kreisförmige Fußausrundung an. Bei allen Geometrien ist eine Abnahme der Zahnfußbiegespannung mit zunehmendem Versatz von der Zahnlückenmitte zu beobachten bis die Zahnfußbiegespannung wieder zunimmt. Die maximale Abnahme der Zahnfußbiegespannung kann hier mit ca. 7,3% für die Geometrien 3 und 7 angegeben werden.

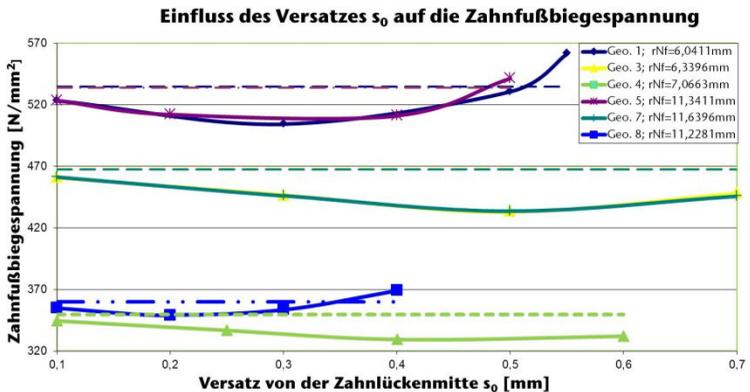


Bild 8: Einfluss des Versatzes s_0 bei elliptischer Fußausrundung auf die Zahnfußbiegespannung

5 Parameterfreie FE- Untersuchungen

Bei der Optimierung der Zahnfußausrundung wird in TOSCA die Gestaltoptimierung angewandt. Bei der Gestaltoptimierung wird die Oberfläche iterativ solange modifiziert bis keine Änderung bei der Spannungsreduzierung auftritt. Der zu optimierende Bereich des Bauteils wird mit Designknoten und Smooth-Elementen versehen, siehe **Bild 9** und **Bild 10**. Die Designknoten sind frei beweglich an der Oberfläche. Die ebenfalls beweglichen Smooth-Elemente werden benötigt, damit die automatische Neuvernetzung an die Oberflächenverschiebung angepasst werden kann.

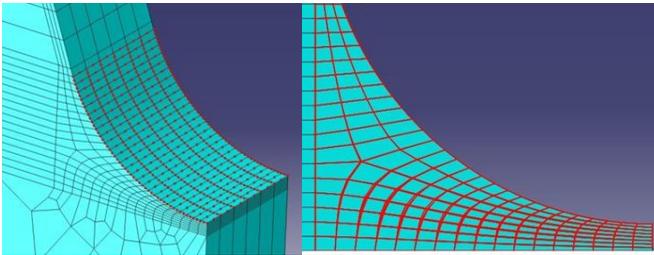


Bild 9: Designknoten

Bild 10: Smooth-Elemente

Für das Scheibenmodell der Zahnstange mit kreisförmiger Fußausrundung und $\alpha_n=20^\circ$, $r_f=5\text{mm}$ und $r_{Nf}=5,77\text{mm}$ berechnet TOSCA eine Spannung von $532,5\text{ N/mm}^2$. TOSCA weist für die optimierte Fußausrundung eine Spannung von $478,9\text{ N/mm}^2$ auf. Die Spannung wird hier um 10% abgebaut. Dieses Ergebnis ist nicht verwendbar, da nach **Bild 11** und **Bild 12** an den Übergängen zur Zahnflanke und Zahnlückenmitte die Tangentialbedingung nicht erfüllt wird.

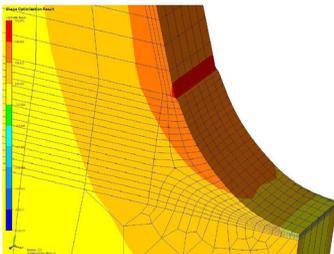


Bild 11: Tangentialbedingung
an der Zahnflanke

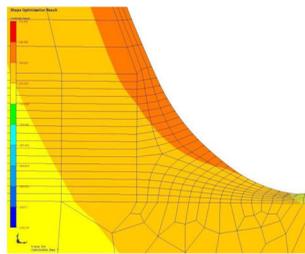


Bild 12: Tangentialbedingung
in der Zahnlückenmitte

6 Zusammenfassung

Zur Minimierung der Zahnfußbiegeanspannung an Zahnstangen wurden numerische Untersuchungen durchgeführt. Neben der kreisförmigen Zahnfußausrundung wurde auch elliptische Zahnfußausrundung in Betrachtung gezogen. Hierzu wurde das Zahnstangenmodell parametrisch erstellt und über eine Schnittstelle mit dem FE-System Abaqus zur Verfügung gestellt. Es wurde erfolgreich die Prozessautomatisierungs- und Designoptimierungssoftware bei der parameterbasierten FE-Untersuchung eingesetzt. Eine weitere Möglichkeit auf dem Weg zur Minimierung der Zahnfußbiegespannung ist die Verwendung des parameterfrei arbeitenden Programms TOSCA. Aus den Untersuchungen mit elliptischer Zahnfußausrundung hat sich ergeben, dass mit zunehmender Fußnutzlinie die Zahnfußbiegespannung im Vergleich zu kreisförmiger Fußausrundung weiter reduziert werden kann. Dabei ist aber zu beachten, dass die Fußnutzlinie nicht frei wählbar ist. Sie ergibt sich aus der Verzahnungsauslegung des Lenkgetriebes. Eine Maßnahme, die bei jeder Zahnstangenverzahnung angewandt werden kann, ist die Verwendung einer elliptischen Zahnfußausrundung mit Versatz von der Zahnlückenmitte bei gleicher Höhe des Fußausrundungslaufes an der Zahnflanke wie bei der kreisförmigen Fußausrundung. Bei den untersuchten Verzahnungen wurde eine Spannungsreduzierung von ca. 7,3% beobachtet. Aus den TOSCA Berechnungen kann die Spannung noch weiter abgebaut werden. Die Ergebnisse können aber nicht einfach auf Zahnstangenverzahnung übertragen werden, da die gefundenen Zahnausrundungsformen die tangentialen Übergänge zur Zahnflanke und zur Zahnlückenmitte nicht erfüllen.

7 Literatur

- /1/ Arslan, G.; Lohrengel, A.; Schäfer, G.: Minimierte Zahnfußbiegespannungen an Zahnstangen durch optimierte Zahnfußausrundung mit Isight, Deutsche SIMULIA- Konferenz 2010, 20. und 21. September 2010, Heidelberg
- /2/ Öztamaz, E.: Parameterbasierte und –freie Optimierungsmaßnahmen an Zahnstangen zur Minimierung der Zahnfußbiegespannung, Diplomarbeit TU Clausthal, 2010