

# Die Auslegung einer Seiltrommel im teilplastischen Materialbereich

Mupende, I.; Otto, St.

Für die Dimensionierung von Seiltrommeln werden bis heute oft vereinfachte Berechnungsmethoden verwendet, die das mechanische Gesamtverhalten der Trommel nur unzureichend beschreiben. In jedem Fall aber basieren die mathematischen Ansätze auf den Gesetzen der Elastizitätstheorie – und das obwohl bekannt ist, dass Seiltrommeln während ihres Einsatzes sehr oft plastifizieren. Um den teilplastischen Werkstoffbereich für den Dimensionierungsprozess bewusst auszunutzen, wurden bestehende Berechnungsmodelle im Rahmen der Seiltrommelforschung des Instituts erweitert.

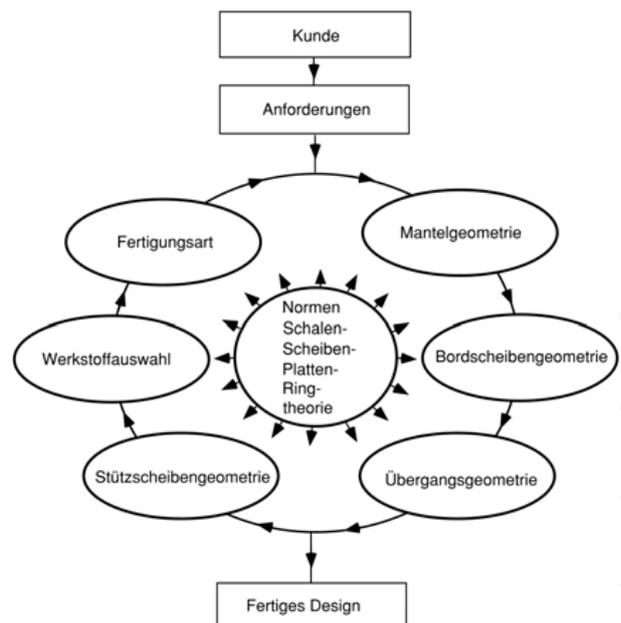
So far, the dimensioning of hoisting drums is often based on simplified calculation methods that do not describe their mechanical stress- and deformation behaviour comprehensively. These methods take into account only the elastic material law although it is known that hoisting drums often plastify during usage. In order to use the plastic material behaviour for the light-weight-dimensioning, existing calculation methods were further developed within the instituts research work in this field.

## 1 Einleitung

Die Seiltrommel ist aus Sicht der Kontinuummmechanik den dünnwandigen Strukturen zuzuordnen, deren mechanisches Verhalten durch die Biegetheorie der Schalen bzw. Kreisringplatten beschrieben wird. Die Belastungen einer Seiltrommel entstehen durch den Seilwickelprozess. Dabei ergeben sich axial auf die Bordscheiben wirkende Streckenlasten und ein über dem Trommelmantel verteilter Druck.

Als Grundlage für die Trommeldimensionierung findet der Konstrukteur in den Normen allerdings nur Informationen über die Zuordnung der Winde zu einer Betriebsart (bzw. einem Lastkollektiv) entsprechend ihrem Einsatzfeld, über die Wahl des Seiles und die damit verbundene Festlegung des Trommelgrunddurchmessers. Ihm steht jedoch keine allgemeingültige Methode – **Bild 1** zeigt den zu durchlaufenden Iterationsprozess – für eine optimale Trommeldimensionierung zur Verfügung. Deshalb wird in der Praxis häufig auf interne Firmenrichtlinien oder vereinfachte

Berechnungsansätze, wie die Ringtheorie, zurückgegriffen. Die so ermittelten Beanspruchungen können bis zu 20% geringer als die tatsächlichen Spannungen sein, was teilweise zu unerwünschten plastischen Verformungen der Trommel oder gar zum Schaden führen kann.



**Bild 1:** Iterativer Auslegungsvorgang einer Seiltrommel /1/

## 2 Beanspruchungsmechanismus und klassische Seiltrommelauslegung

### 2.1 Beanspruchungsmechanismus

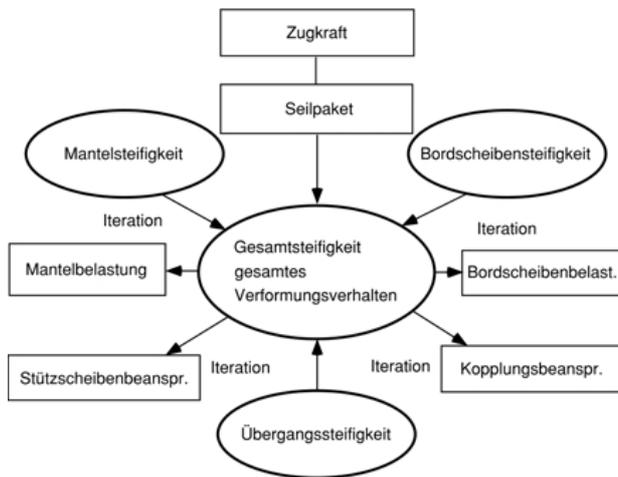
Die Höhe der Trommelbelastungen wird von der Steifigkeit:

- der Trommelstruktur und
- des Seilpaketes

beeinflusst. Dietz /2/, Egawa und Taneda /3/ sowie Henschel /4/ und Neugebauer /5/ geben verschiedene Vorschläge für die Bestimmung dieser Lasten ohne jedoch die Steifigkeitsänderung der Trommel durch Mantel und Bordscheibenverformungen sowie die daraus resultierende Steifigkeitsänderung des Seilpaketes in Radial- und Axialrichtung exakt in Betracht zu ziehen.

Besonders bei mehrlagig bewickelten Seiltrommeln ändert sich die Steifigkeit des Seilpakets infolge der

Bordscheiben- und Mantelverformung. Damit ändert sich auch die Höhe und Verteilung der Belastungen auf diese Komponenten. **Bild 2** verdeutlicht diesen Belastungsmechanismus, welcher direkt mit dem Verformungsverhalten der Trommelstruktur gekoppelt ist.



**Bild 2:** Belastungs- und Beanspruchungsmechanismus einer Seiltrommel /1/

## 2.2 Klassische Seiltrommelauslegung

Die Normen DIN 15020, SEB 666 211, die FEM Sektion 1 und Sektion 9 und ISO 4301 – 4309 enthalten Richtlinien zur Seilauswahl und Trommelauslegung. Danach hat der Konstrukteur folgende Kundenanforderungen, welche gleichzeitig die wesentlichen Gestaltungsparameter der Trommel bilden, abzuklären:

- die Wandstärke des Mantels,
- die Seiltrommellänge,
- die Speicherlänge des Seils respektive die Anzahl der Lagen,
- den Bordscheibendurchmesser und die Bordscheibendicke,
- die Bordscheibengrundgeometrie (gerade, verrippt, schräg),
- den Werkstoff und das Herstellungs- bzw. Fertigungsverfahren (Gießen, Schweißen, Verschrauben)

Diese Designanforderungen werden nicht in einem globalen, iterativ zu durchlaufenden Konzept, wie in **Bild 1** dargestellt, aufeinander abgestimmt, sondern zumeist sequentiell abgearbeitet. Dies hat zur Folge, dass der tatsächliche Beanspruchungszustand nur durch aufwendige

Messungen erfasst werden kann. Für den Betrieb der Trommel besteht außerdem die Gefahr des lokalen Plastifizierens, insbesondere dann, wenn in der Dimensionierung geringe Sicherheitsfaktoren Berücksichtigung finden.

Die Anwendung fließfähiger Werkstoffe bei der Trommelherstellung wirft nun folgende Fragen auf:

- Überschreiten die Belastungen einer Seiltrommel die elastische Grenze?
- Wo sollte in Abhängigkeit der Trommelgeometrie die Grenze der Belastung liegen?
- Was bedeutet dies für den Konstruktionsprozess und welche Kriterien sollte der Konstrukteur für eine teilplastische Auslegung beachten?

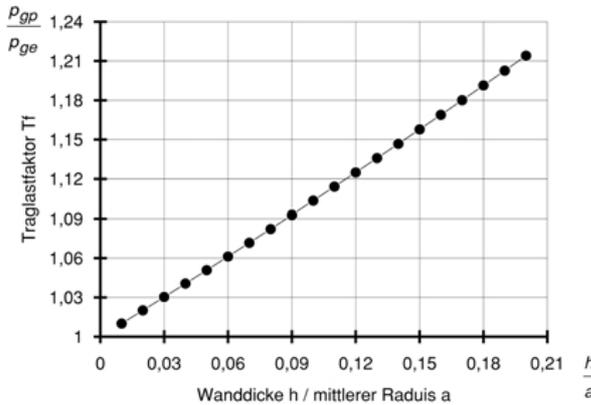
## 3 Beanspruchungsverhalten einer Seiltrommel im teilplastischen Materialbereich

Für die teilplastische Auslegung von Maschinenelementen ist im allgemeinen die Plastizitätstheorie für kleine Verzerrungen anwendbar. Die komplizierte mathematische Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Spannung und Dehnung mit Hilfe des Verfestigungsgesetzes führt zu hochgradig nichtlinearen Gleichungssystemen, die lediglich für einfache, symmetrische Geometrien geschlossen lösbar sind. Im Fall des ungelagerten Hohlzylinders bzw. der Schale unter äußerem Druck ist dieser Sachverhalt gegeben, so dass die elastische Grenzlasterlast  $p_{ge}$ , die Grenzlasterlast für Vollplastifizierung  $p_{gp}$ , und der Traglastfaktor  $T_f$ , welcher das Verhältnis beider Grenzlasterlasten beschreibt ( $T_f = p_{gp}/p_{ge}$ ), bestimmt werden können. Der Traglastfaktor gibt somit die Fähigkeit eines Materialquerschnitts an, teilplastisch beansprucht zu werden.

In einer gelagerten Schale (mechanisches Ersatzbild des Mantels), ergibt sich in beliebigen Querschnitten ein Biegemoment  $M_x$ . Infolge dieses Biegemoments sind die Beanspruchungen in einem Punkt der Schale nicht nur vom Radius abhängig, wie es bei der ungelagerten Schale der Fall wäre, sondern auch von der Längskoordinate  $x$ . Die Behandlung des Plastifizierungsproblems mit den Schnittspannungen ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\tau_{xr}$ ) führt deshalb schnell zu nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen, welche nur noch numerisch lösbar sind.

Das nachfolgend gezeigte **Bild 3** verdeutlicht den Verlauf des Traglastfaktors in Abhängigkeit des

Verhältnisses von Wanddicke  $h$  zum mittleren Radius  $a$  der Schale. Dabei wurde besonders der Abmessungsbereich üblicher Seiltrommelgeometrien ( $h/a \leq 0,2$ ) näher betrachtet.



**Bild 3:** Traglastfaktor einer ungelagerten Schale mit elastisch – idealplastischem Werkstoffverhalten

Das Diagramm macht deutlich, dass das Ausnutzen der Teilplastifizierung bei ungelagerten Schalen nur in engen Grenzen möglich ist. Für Verhältnisse von  $h/a < 0,1$  (z.B. große Bergbautrommeln) sind bei Annäherung an die elastische Grenzlast praktisch keine Sicherheitsreserven vorhanden. Der Übergang zur Durchplastifizierung und damit das Trommelversagen vollzieht sich somit sehr rasch.

**3.1 Das Traglastverfahren zur Analyse der Mantelbeanspruchungen im plastischen Materialbereich**

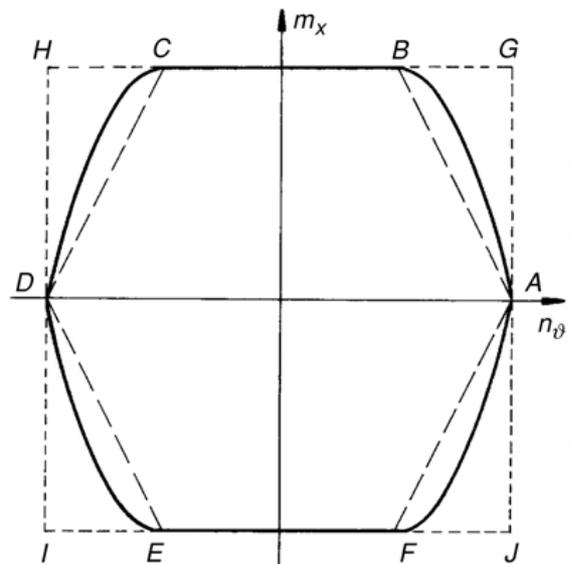
Das Traglastverfahren bietet die Möglichkeit, für eine gelagerte Schale eine geschlossene Lösung des Plastifizierungsproblems anzugeben.

Hiermit können die maximal möglichen Traglasten, d.h. die maximale Normalkraft in Umfangsrichtung ( $N_{\vartheta 0} = \sigma_F \cdot h$ ) bzw. das maximale Biegemoment in Axialrichtung ( $M_{x0} = -0,25 \cdot \sigma_F \cdot h^2$ ) für einen Schalenquerschnitt berechnet werden. ( $h$  ist die Schalenwandstärke und  $\sigma_F$  die Streckgrenze des Werkstoffs).

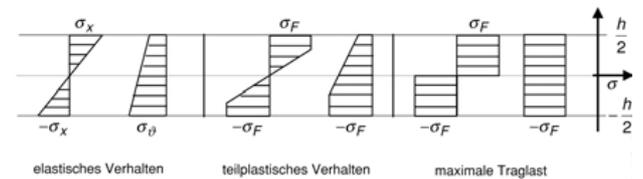
Mit Hilfe dieser Maximalwerte  $N_{\vartheta 0}$  bzw.  $M_{x0}$  können die Schnittgrößen dimensionslos geschrieben werden ( $m_x = M_x / M_{x0}$  und  $n_{\vartheta} = N_{\vartheta} / N_{\vartheta 0}$ ).

In Abhängigkeit der charakteristischen Größen des Mantels (Abklingkonstante  $\chi$ , Länge  $l$ ) und den Randbedingungen beginnt der Plastifizierungsvorgang in der Mitte oder aber an

den Rändern des Mantels und dehnt sich anschließend über die gesamte Länge aus. **Bild 3** ist zu entnehmen, dass der Traglastfaktor für den gesamten Bereich üblicher Schalen klein ist. Dies bedeutet, dass ein Querschnitt bei Überschreitung seiner elastischen Grenzlast schnell durchplastifiziert. Damit ist die Ausdehnung der plastifizierten Zone in erster Näherung nur von der Längskoordinate  $x$  abhängig. Die bekannten Fließbedingungen (von Mises oder Tresca) degenerieren in diesem Fall zu den Interaktionskurven (**Bild 4**), welche die Beziehungen zwischen den Schnittlasten darstellen. **Bild 5** zeigt die Verteilung der dazugehörigen Spannungen in Axial- bzw. Tangentialrichtung ( $\sigma_x$  und  $\sigma_{\vartheta}$ ).



**Bild 5:** Interaktionskurven in den Schnittlastebenen für eine rotationssymmetrische Schale /6/



**Bild 4:** Axial- und Tangentialspannungsverteilung im Mantelschnitt

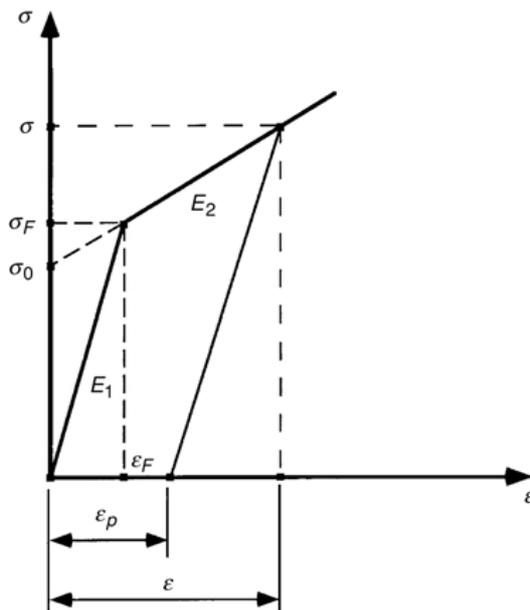
Die Gleichungen für die Interaktionskurven sind:

- Strecke AB:  $m_x + 2n_{\vartheta} = 2$  für  $0,5 \leq n_{\vartheta} \leq 1$  (1)
- Strecke BC:  $m_x = 1$  für  $-0,5 \leq n_{\vartheta} \leq 0,5$  (2)

Für die Analyse des plastischen Verhaltens des Mantels genügt die äußere Kurve „GHIJ“ der Interaktionskurven. Damit gelten folgende Interaktionsbedingungen:

- für elastisches Materialverhalten  
 $-1 < n_{\vartheta}$  und  $n_{\vartheta} < -|m_x|$  (3)
- für plastisches Materialverhalten  
 $n_{\vartheta} \leq -1$  (4)

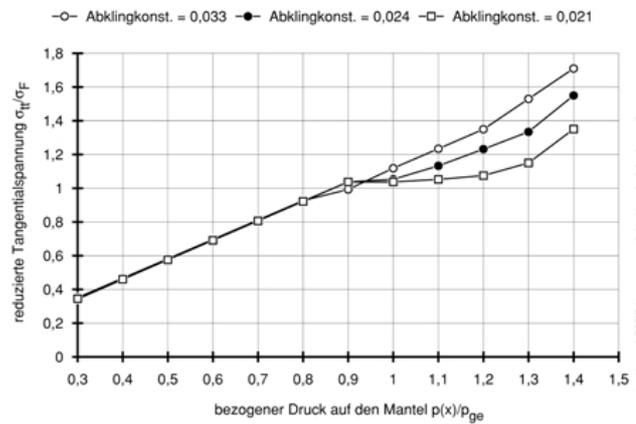
Das Werkstoffverhalten wird als isotrop verfestigend angenommen und durch eine bilineare Approximation (**Bild 6**) vereinfacht wiedergegeben. Mit dieser Annahme wird die Werkstoffverfestigung geringer bewertet, weshalb die Dimensionierung auf der sicheren Seite liegt. Gleichzeitig ermöglicht die lineare Approximation eine analytische Lösung des Systemverhaltens der Seiltrommel mit teilplastischen Materialeigenschaften.



**Bild 6:** Bilineare Approximation des Werkstoffverhaltens

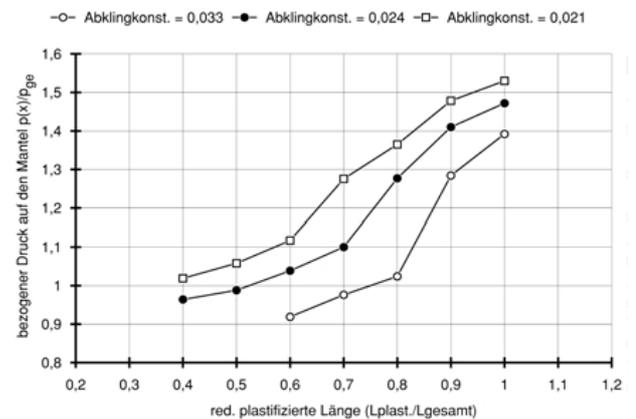
Nach Bearbeitung und Umstellung der Gleichgewichtsbedingungen erhält man den entsprechenden Lösungsansatz für die rotationssymmetrische Schale mit elastischem und plastischem Werkstoffverhalten. Für den elastischen Bereich wird die Radialverformung durch  $w_e(\mathbf{x})$ , für den plastischen Bereich durch  $w_p(\mathbf{x})$  beschrieben [1].

Die Konstanten des Gleichungssystems werden mit Hilfe von 8 Randbedingungen, 4 an den Schalenrändern und 4 an den Übergangsschnitten vom elastischen zum plastischen Bereich, bestimmt.



**Bild 7:** Analytische Berechnung der Mantelbeanspruchung durch äußeren Druck für unterschiedliche Abklingkonstanten

Es ist festzustellen (**Bild 7**), dass die erste Durchplastifizierung des Mantels bei einer Last beginnt, die ca. 90% der elastischen Grenzlast einer ungelagerten Schale (Ring oder Hohlzylindertheorie)  $p_{ge}$  beträgt. Die anschließende Laststeigerung in Abhängigkeit der plastifizierten Länge ist nicht linear. Bis zur Hälfte der Mantellänge plastifiziert der Mantel langsam – bei geringen Drucksteigerungsraten. Ab einem Verhältnis von  $0,6L_{plast}/L_{gesamt}$  steigt der erforderliche Druck zur weiteren Ausdehnung der plastifizierten Zone in Axialrichtung bis ca.  $1,5 p_{ge}$  stark an (**Bild 8**).

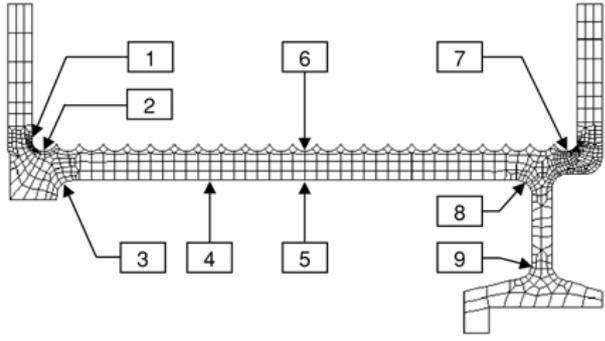


**Bild 8:** Länge der plastifizierten Zone in Abhängigkeit des äußeren Drucks. (durchplastifizierte Länge  $L_{plast}$ , Mantellänge  $L_{gesamt}$ )

### 3.2 Numerische Untersuchung

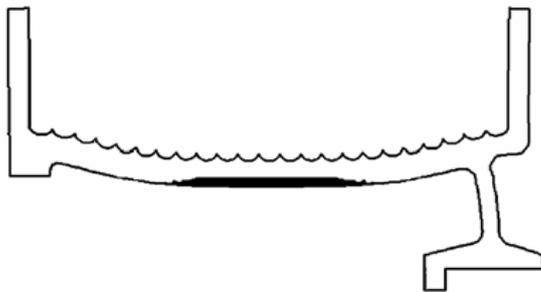
Die FE-Simulationen wurden mit dem Ziel durchgeführt, die analytischen Berechnungsansätze zur Beschreibung der Mantelbeanspruchungen im plastischen

Werkstoffbereich mit dem tatsächlichen Trommelverhalten vergleichen zu können.



**Bild 9:** FE-Modell mit den zur Auswertung verwendeten Punkten

Aufgrund der rotationssymmetrischen Seiltrommelgeometrie und der rotationssymmetrischen Belastungen wurden die Untersuchungen mit einem ebenen, axialsymmetrischen FE-Modell (**Bild 9**) durchgeführt. Die auf die Bordscheiben wirkenden Lasten wurden als Linienkraft abgebildet und der auf den Mantel wirkende gleichmäßig verteilte Druck durch Knotenkräfte angegeben. Für die untersuchte Trommel wurde GGG 40.3 und eine Seilzugkraft von 20 kN angenommen. Die Auswertung erfolgte an den in **Bild 9** gekennzeichneten Punkten.



**Bild 11:** Beginn der Plastifizierung des Mantels bei  $p(x)/p_{ge} = 0,98$



**Bild 12:** Erste Durchplastifizierung des Mantels bei  $p(x)/p_{ge} = 1,05$



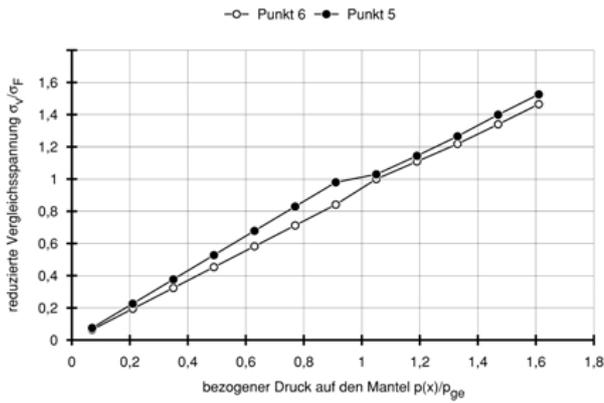
**Bild 13:** Ausdehnung der plastifizierten Zone bei  $p(x)/p_{ge} = 1,12$



**Bild 14:** Ausdehnung der plastifizierten Zone bei  $p(x)/p_{ge} = 1,33$

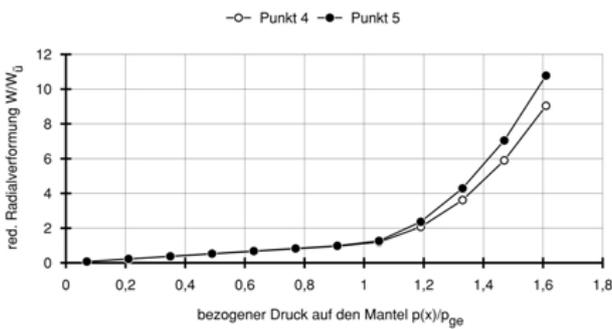
In den vorangegangenen Abbildungen (**Bild 11-14**) ist der Verlauf des Plastifizierungsvorgangs bei steigender Belastung dargestellt. Als Bezugswert wurde die elastische Grenzlast ( $p_{ge} = 32,78 \text{ N/mm}^2$ ) des ungelagerten Mantels gleicher Geometrie angenommen.

Für die Spannungen am inneren Umfang (Punkt 5) bzw. äußeren Umfang (Punkt 6) des Mantels ergeben sich die in **Bild 15** gezeigten Kurvenverläufe. Diese bestätigen die Ergebnisse der analytischen Betrachtungen (**Bild 7**), wonach der Plastifizierungsvorgang in einer gelagerten Schale (Seiltrommelmantel) früher beginnt als im Fall der ungelagerten Schale. Aus **Bild 11** und **Bild 15** bzw. **Bild 18** ergibt sich, dass der elastische Grenzdruck für die Seiltrommel ca. 90% des elastischen Grenzdrucks der ungelagerten Schale  $p_{ge}$  beträgt und die Grenzlast  $p_{gp}$  für eine Durchplastifizierung des Mantels bei ca.  $1,05p_{ge}$  liegt.

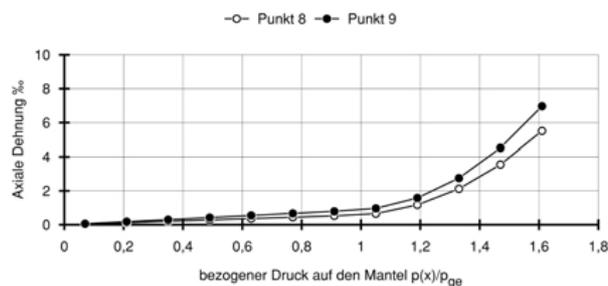


**Bild 15:** Spannungsverlauf an der Innen- und Außenseite des Mantels (Punkt 5 und 6 in Bild 9)

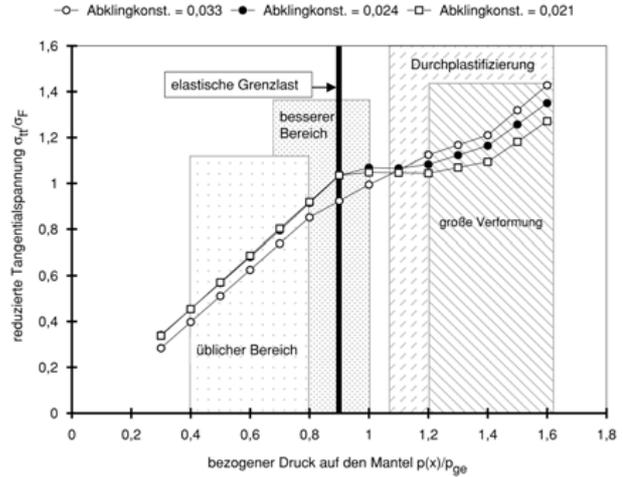
Im Hinblick auf eventuell auftretende unzulässige Verformungen kann konstatiert werden, dass sowohl die Radialverformung als auch die axiale Dehnung des Mantels bis  $1,2p_{\text{ge}}$  akzeptable Werte beibehalten.



**Bild 16:** Reduzierte Radialverformung des Mantels in der Trommelmitte



**Bild 17:** Axialdehnung des Mantels in Abhängigkeit des reduzierten Drucks



**Bild 18:** Plastifizierung des Mantels (Trommelmitte) in Abhängigkeit der Abklingkonstante und verschiedener Belastungsbereiche

**4 Zusammenfassung**

Obwohl Seiltrommeln vielfach aus duktilen Werkstoffen (Sphäroguß und Stahl) hergestellt wurden, basiert die Auslegung ausschließlich auf der Elastizitätstheorie, so dass die Tragfähigkeit des Werkstoffs im plastischen Materialbereich nicht ausgenutzt wird. Ursachen hierfür sind vor allem fehlende Informationen und Berechnungsgrundlagen über das Trommelverhalten bei Teilplastizität. Die Dimensionierung nach der plastischen bzw. der teilplastischen Theorie bietet die Möglichkeit, die Betriebslast zu erhöhen und damit die Leistungsdichte der Seiltrommel zu steigern. Trotz des frühen Beginns der Plastifizierung des Mantels (bei 90% von  $p_{\text{ge}}$ ), verbleiben die Beanspruchungen und Verformungen der Trommel bis ca. 120% des elastischen Grenzdrucks in einem kontrollierbaren Bereich. Somit kann der Auslegungsbereich bewusst in Richtung des plastischen Materialverhaltens verschoben werden (Bild 18). Die Abbruchkriterien in der Auslegung bzw. die Versagenskriterien im plastischen Bereich werden durch die Radialverformung (Bild 16) und die axiale Dehnung (Bild 17) vorgegeben. Diese sind während des iterativen Dimensionierungsprozesses zu kontrollieren, um eine Funktionsstörung, wie beispielsweise das Klemmen des Loslagers, zu vermeiden.

**5 Literatur**

/1/ Mupende, I.: Beanspruchungs- und Verformungsverhalten des Systems

- Trommelmantel – Bordscheiben bei mehrlagig bewickelten Seiltrommeln unter elastischem und teilplastischem Werkstoffverhalten, Dissertation, Curvillier Verlag, Göttingen, 2001
- /2/ Dietz, P.: Ein Verfahren zur Berechnung ein- und mehrlagig bewickelter Seiltrommeln, Dissertation, TH Darmstadt, Darmstadt, 1971
- /3/ Egawa, T. und Taneda, M.: External Pressure produced by Multi-Layers of Rope Wound about a Hoisting Drum; Bulletin of JSME, 1 (1958) 2, 133 – 138
- /4/ Henschel, J.: Dimensionierung von Windentrommeln; Dissertation, Studiengesellschaft Stahlanwendung e. V. und Stiftung Industrieforschung, Düsseldorf, 2000
- /5/ Neugebauer, H.-J.; Berechnungsverfahren für ein- und mehrlagig bewickelte Seiltrommeln; Dissertation, Dresden, 1979
- /6/ Hodge Jr., P. G.: Plastic Analysis of Structures; Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1959