

Welle-Nabe-Verbindungen mit besonderen geometrischen Rahmenbedingungen

Schäfer, G.

Die Berechnung von Welle-Nabe-Verbindungen ist stark standardisiert. Trotzdem steht der Konstrukteur häufig vor der Aufgabe Berechnungen für geometrische Sonderfälle durchzuführen oder Tragfähigkeitsoptimierungen auszuarbeiten. Der Artikel möchte dazu einige Ansätze kurz vorstellen.

Calculation and optimization of haft-hub-connections behind the lines of common standards is a ordinary task for the designer. Especially the geometrical features often didn't match the standard. The designer is in charge of the proper construction in consideration of the product engineering potentialities.

1 Einleitung

Die Aufgabe Wellen und Naben miteinander zu Verbinden ist eine zentrale stark standardisierte Aufgabe des Konstrukteurs in der Antriebstechnik. Die beiden klassischen Alternativen der form- oder reibschlüssigen Verbindung sind in vielen Fällen nach dem Stand der Technik auslegbar. Dennoch sind nicht selten konstruktive Randbedingungen vorhanden, die eine spezielle Einzelfallbetrachtung notwendig machen. Dies können z.B. extrem dünnwandige oder lange Naben, Naben mit gestuften Aussendurchmessern, Wellen/Naben mit radialen oder axialen Bohrungen oder Bauteile, die mit geringem Abstand eine Formschluß- und eine Reibschlußverbindung besitzen, und sich so beide schlußartspezifischen Nachteile überlagern können, sein.

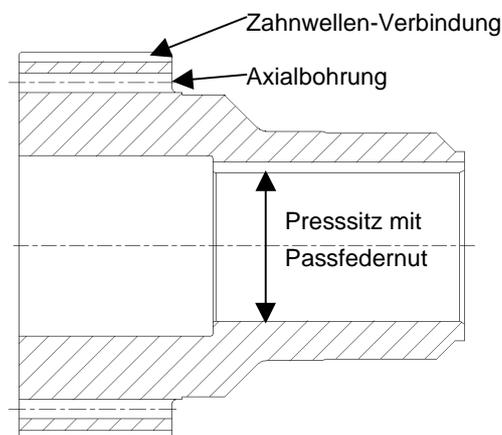


Bild 1.1: Bauteil mit Form- und Reibschluss sowie weiteren geometrischen Rahmenbedingungen

Der Einfluß besonderer Werkstoffkombinationen auf das elastische Zusammenspiel der beiden Verbindungsteile wurde zwar auch schon am IMW untersucht soll aber jetzt hier nicht zusätzlich betrachtet werden. In den folgenden kurzen Absätzen sollen beispielhaft Lösungsmöglichkeiten und die dabei verfolgten Ideen skizziert werden. Weitere Aufsätze in dieser Mitteilung zu Längsstift-, Zahnwellen- und IHF-Verbindungen behandeln diese Thematik nochmals im Einzelnen.

2 Zahnwellen

Zur Übertragung von Drehmomenten bei gleichzeitiger axialer Verschiebbarkeit von Welle und Nabe werden häufig Zahnwellen-Verbindungen mit Profilen nach DIN 5480 eingesetzt. Die große Anzahl im Eingriff befindlicher Formelemente (Zahnpaare) ermöglicht die Übertragung hoher Drehmomente bei geringen Nabenaußendurchmessern. Kostengünstige Anwendungen erschließen sich insbesondere bei Herstellung großer Stückzahlen mittels spanender und vor allem spanloser Herstellungsverfahren.

Bisherige – z.T. stark vereinfachte – Berechnungsansätze für Mitnehmerverzahnungen wie die Berechnung auf Basis einer zulässigen Flankenpressung /1/ berücksichtigen das elastische Zusammenspiel von Welle und Nabe auf dem Lastleitungsweg nicht. Besondere Effekte der Lasteinleitung in solchen Verbindungen werden meist noch hinter die Betrachtung der ungleichmäßigen Lastverteilung über der Länge und dem Umfang dieser formschlüssigen Welle-Nabe-Verbindung gestellt. Charakteristisch für die Lastverteilung ist das komplexe Passungssystem der Zahnwellen-Verbindungen.

Alle diese Effekte treten schon bei Naben mit einfachen zylindrischen Aussendurchmessern auf. Wieviel komplexer sich die Beanspruchungssituation bei einem Bauteil mit kombiniert form- und reibschlüssigen Verbindungen und einer Geometrie wie in **Bild 1.1** darstellt, ist leicht vorstellbar.

Ein einfaches weiteres Praxisbeispiel sei die in **Bild 2.1** dargestellte gestufte Zahnnahe. Aus der deutli-

chen Durchmesserstufung ergibt sich eine unterschiedliche Torsionssteifigkeit in den beiden Abschnitten, die auf die Lastspitze am Verbindungsbeginn einen reduzierenden Einfluss hat.



Bild 2.1: Gestufte Nabe mit Verzahnung nach DIN 5480

Im Zusammenhang mit gestiegenen Leistungs- und Sicherheitsanforderungen ist ein verbesserter Berechnungsansatz zur sicheren Auslegung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen erforderlich. Die Untersuchung des Betriebs- und Beanspruchungsverhalten von Zahnwellen-Verbindungen ist ein Forschungsschwerpunkt am Institut für Maschinenwesen der TU Clausthal. Aus den Ergebnissen umfangreicher numerischer und experimenteller Untersuchungen, die von der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Volkswagenstiftung gefördert werden, ist ein neuer Ansatz zur Berechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen entwickelt worden [2,3]. Dieser Berechnungsansatz war die Grundlage für die Überarbeitung der Norm DIN 5466.

Die Dimensionierung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen erfolgt nach DIN 5466 auf zwei prinzipiell verschiedene Ausfallursachen: Verschleiß und Gewalt- oder Dauerbruch. Das verschleißbedingte Abtragen von Zahnflankenbereichen führt zu einer Spiel- und Exzentrizitätsvergrößerung und damit zum 'Aufbrauchen' der Formschlußelemente. Durch die geometriebedingten Kerben entstehen Spannungsüberhöhungen, die bei statischer Last zum Gewaltbruch und bei dynamischer Beanspruchung zum Dauerbruch der Verbindung führen.

Die Analyse vieler Zahnwellenbrüche führte zu folgenden Ergebnissen:

- Bei Gewalt- und Dauerbrüchen beginnen die Anrisse meist in der Kerbe im Zahnfuß direkt am Verbindungsrand oder an einem Ort in unmittelbarer Nähe des Verbindungsrandes innerhalb der Verbindung.

- Das Verformungsverhalten der Verbindung und insbesondere der Steifigkeitssprung an den Verbindungsändern bewirken eine ungleichförmige Beanspruchungsverteilung über der Verbindungslänge mit einer Lastüberhöhung am Verbindungsanfang [3]. Weitere Belastungsspitzen entstehen durch verzahnungsgeometrisch bedingte Kerbwirkungen am Zahnfuß von Welle und Nabe. An der Lasteinleitungsstelle resultiert aus der Überlagerung der einzelnen Spannungmaxima ein komplizierter dreiachsiger Spannungszustand, der den Dauerbruch fördern kann [4], kritisch ist in diesem Fall der Verzahnungsauslauf. Abhängig von dessen geometrischer Gestaltung und Herstellverfahren sind hier Unterschiede im Formfaktor von ca. 2 zu erwarten. Erste Ansätze zur numerischen Quantifizierung sind im nachfolgenden Artikel unseres Gastwissenschaftlers Herrn Hua dargestellt.

2.1 Beanspruchungsverhalten von Zahnwellen-Verbindungen

Zur Klärung des Spannungs- und Verformungsverhaltens von Zahnwellen-Verbindungen unter Drehmomentbelastung wurden umfangreiche dreidimensionale Finite-Elemente-Kontaktrechnungen durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Form von Geometrie Kennzahlen in die Überarbeitung der Berechnungsvorschriften nach DIN 5466 eingeflossen.

In **Bild 2.2** sind beispielhaft zwei Zahnwellen-Verbindungen mit gleichem Kopfkreis mit kleiner ($z=6$) und großer ($z=62$) Zähnezahl dargestellt.

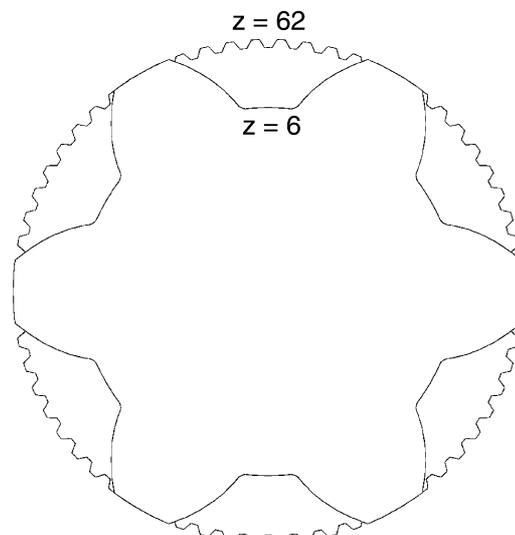


Bild 2.2: Zähnezahlvergleich

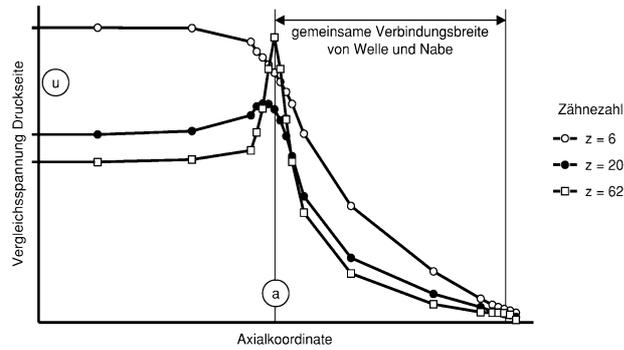


Bild 2.3: Zahnfußspannung über Verbindungsbreite

Der Verlauf der Vergleichsspannung über der Verbindungslänge für Druck- und Zugseite der Welle ist für diese zwei sowie für eine weitere Verbindung mit Zahnzahl $z=20$ in **Bild 2.3** aufgetragen. Die Verbindung mit Zahnzahl $z=6$ zeigt kein ausgeprägtes Spannungsmaximum am Verbindungsbeginn (a). Die maximale Vergleichsspannung befindet sich im Bereich vor der Kontaktzone, in dem der Einfluß der Zahnbiegung abgeklungen ist und der Zustand ungestörter Torsion (u) vorliegt /3/. Mit zunehmender Zahnzahl wird ein ausgeprägtes Spannungsmaximum am Verbindungsbeginn erkennbar. Die Ursache ist im Verlauf des Kraftflusses zu sehen, der von der Nabe über die Kontaktzone in die Welle verläuft.

Bei gleicher Drehmomentbelastung weisen Zahnwellen mit geringer Zahnzahl eine höhere Beanspruchung im Bereich ungestörter Torsion (u) auf als Verbindungen mit großer Zahnzahl. Der Grund dafür liegt in den unterschiedlichen Widerstandsmomenten der Zahnwellen aufgrund unterschiedlicher Kernquerschnittsflächen begründet, wie die Gegenüberstellung von Zahnwellen-Verbindungen mit stark unterschiedlichen Zahnzahlen in Bild 2.2 leicht erkennen läßt.

In verschiedenen Untersuchungen wurde gezeigt, daß sich mit Verwendung größerer Verbindungsbreiten als $b=0,5 \cdot d_B$ die maximalen Zahnfußspannungen nur noch unwesentlich reduzieren lassen /3/. In Bezug auf die Wellenzahnfußbeanspruchung liegt bei Drehmomentbelastung das optimale Verhältnis Verbindungsbreite zu Bezugsdurchmesser bei $b/d_B=0,6$. Nach Kenntnisstand des Verfassers werden in vielen Anwendungsfällen deutlich zu lange Verbindungen $b/d_B > 1$ gefertigt. Für die Ausnutzung der Verbindungsbreite kann die von Herrn Huber vorgeschlagene Flankenlinienkorrektur genutzt werden, die sich an der elastischen Verdrehlinie des Torsionsstabes orientiert. Durch diese geometrische Korrektur wird eine gleichmäßigere

Lastverteilung über der Verbindungsbreite erreichbar. Eine andere extreme Verzahnungsgeometrie, die in großer Stückzahl produziert wird ist die Innenverzahnung von Kupplungslamellen u.ä.. Die Lastverteilung über der Verbindungsbreite ist in diesem Fall gemäß **Bild 2.4** deutlich günstiger. Für die Welle bleibt aber das Problem der extremen Spannungskonzentration am Verbindungsanfang erhalten. Hier sind spezielle Maßnahmen am Verzahnungsauslauf der Wellenverzahnung notwendig. Die Vergleichsspannung im Zahnfuß der Welle ist für eine Verbindung mit mittlerer Zahnzahl und Verbindungsbreiten von $b/d_B = 0,05$ und $0,5$ in Bild 2.4 dargestellt.

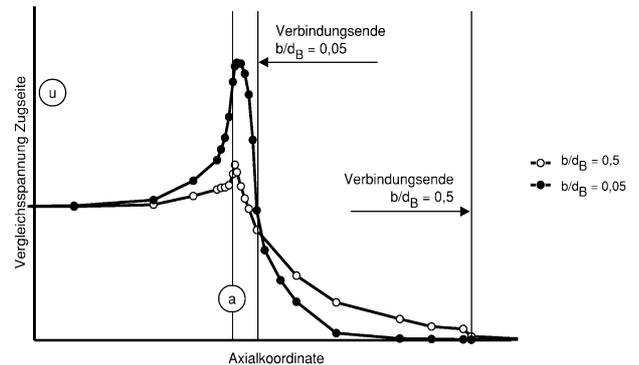


Bild 2.4: Vergleich der Zahnfußspannung in der Welle über der Verbindungsbreite für verschiedene Breite/Bezugsdurchmesserhältnisse b/d_B /3/

3 Pressverbindungen

Die zweite große Gruppe der Welle-Nabe-Verbindungen sind die reibschlüssigen Verbindungen, zu denen auch die in einem der folgenden Artikel behandelten IHF-Verbindungen gehören. Ein weiteres Beispiel nach dem Prinzip des Reibschlusses ist der Schrumpfverband der häufig durch konstruktiv bedingte Diskontinuitäten, wie Radialbohrungen (z.B. bei Pressölverbänden) oder exzentrische Axialbohrungen in Welle und Nabe (z.B. für Schmier- und Druckmittelzufuhr bei Kupplungen, Flanschbohrungen, Schraubenbefestigungen bei Spanningverbindungen usw.), gestört ist. Diese Störungen bedingen einerseits eine örtliche Spannungszunahme und damit eine Begrenzung der übertragbaren Lasten infolge Kerbwirkung, andererseits verursachen diese Störungen eine Änderung des elastischen Verhaltens beim Schrumpfverband - der effektive Paßfugendruck sinkt gegenüber einer rotationssymmetrischen Verbindung mit gleichem Übermaß /5/. Beispielhaft sei dies an einer Press-

verbindung mit exzentrischen Bohrungen in der Welle erläutert, **Bild 3.1**.

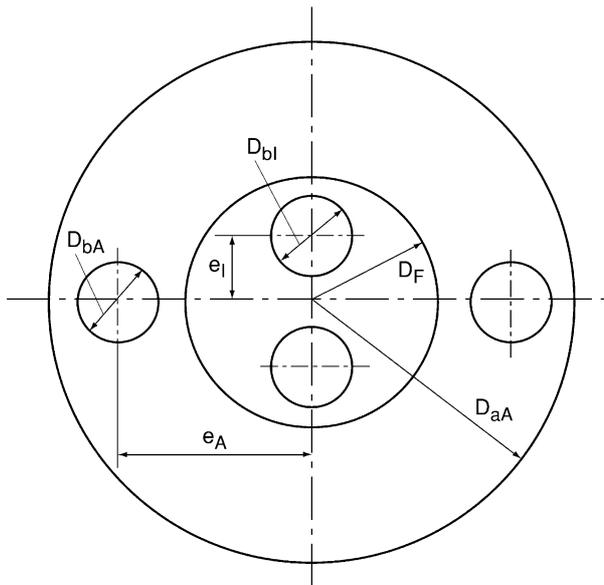


Bild 3.1: Geometrische Beziehungen an einer Pressverbindung mit axialen Schwächungen

3.1 Elastische Auslegung geschwächter Pressverbindungen

Die in Kap.3 beschriebene Verminderung des Fugendrucks infolge der Schwächung von Welle oder Nabe führt einerseits zu einer Spannungsüberhöhung im Bereich der eingebrachten Schwächungen und andererseits zu einer Reduzierung des übertragbaren Drehmoments. Zur Ermittlung der Beanspruchungen und Übertragungseigenschaften im elastischen Bereich sind am IMW umfangreiche Untersuchungen durchgeführt worden, deren Ergebnisse in Kennzahlendiagrammen dargestellt sind [6]. Im Folgenden sollen die Ergebnisse an einigen charakteristischen Beispielen erläutert werden.

Zur Auslegung der geschwächten Verbindung auf Basis der bekannten Ansätze für rotationssymmetrischen Verbindung wird die maximale Spannung unter Einführung einer Formzahl α_k berechnet. Für die Bestimmung der Übertragungsfähigkeit eines geschwächten Pressverbandes lässt sich die Übertragungsfähigkeitskennzahl η ableiten.

3.1.1 Welle mit Axialbohrungen

a) ebene Probleme

Die maximalen Bohrungsrandspannungen für Wellen mit einer Axialbohrung liegen bei am zur Fugenfläche nächstliegenden Punkt des Bohrungsrandes (vgl. Bild 3.1). Bei Wellen mit mehreren Bohrung

wird die Formzahl α_k wesentlich durch den Bohrungsabstand beeinflusst. Bei kleinen Bohrungsabständen liegen die maximalen Randspannungen am nächstliegenden Punkt zur Nachbarbohrung bzw. an den Verbindungslinien der Bohrungsmitten.

Zahlreiche Untersuchungen ergaben bei ingenieurmäßiger Vereinfachung, daß der durchschnittliche Fugendruck \bar{p} praktisch unabhängig von der Exzentrizität e_l und der Montagereibungszahl μ_{montage} ist, er wird nur vom gesamten Bohrungsquerschnitt $n\pi r_{bl}^2$ beeinflusst.

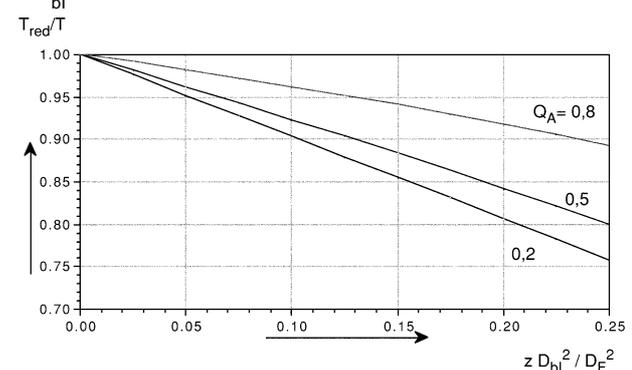


Bild 3.2: Übertragungsfähigkeit für Wellen mit Axialbohrungen

Die Anwendbarkeit findet dann eine Grenze, wenn die Restwandstärke einer Bohrung so klein ist, daß es zu plastischen Verformungen kommt.

b) räumliche Probleme

Zu den bisher bekannten Abhängigkeiten kommen bei den räumlichen Problemen noch die aus den axialen Spannungen und Geometrieänderungen herrührenden Einflüsse, die sich infolge der dreidimensionalen Spannungszustände mit Verformungsbehinderung kerbverschärfend auswirken.

Räumliche FEM-Untersuchungen ergaben, daß die Beanspruchungen am Bohrungsrand (Nabenstirnfläche) mit hinreichender Genauigkeit den Gleichungen des ebenen Ansatzes genügt, während die Spannungen des Bohrerkegels mit dem Bohrungsinnenrand nahezu unabhängig von der Bohrungstiefe und immer kleiner als an der Stirnfläche sind. Die Kerbwirkung aufgrund der Geometrie des Bohrerkegels bewirkt an der Spitze des Bohrerkegels ein sehr hohes Spannungsmaximum, das sehr schnell abklingt und keine Beziehung zu den übrigen geometrischen Beziehungen hat.

Bei der Beurteilung der Übertragungsfähigkeit ist im räumlichen Fall auch die Veränderung der Fugendruck über der Tiefe der Nabe zu berechnen. In einem ingenieurmässigen Ansatz kann man dabei unterscheiden zwischen einem ungestörten Be-

reich, der von den Bohrungen nicht erfaßt wird, und dem Bohrungsbereich. Die einfache Addition dieser beiden Bereiche führt zur Übertragungsfähigkeit der axial ungleichmässig geschwächten Pressverbindung.

3.1.2 Nabe mit Axialbohrungen

Die an den Wellen mit Axialbohrungen gezeigten Zusammenhänge der Beanspruchungs- und Pressfugendruckverteilung lassen sich von den physikalischen Zusammenhängen her auch auf Naben mit Axialbohrungen für ebene und räumliche Fragestellungen übertragen. Die maximalen Bohrungsrandspannungen der durch Axialbohrungen geschwächten Nabe liegen immer an dem zur Fügefläche nächstliegenden Punkt des Bohrungsrandes. Bei Vergrößerung des Bohrungsdurchmessers D_{bA} nimmt die Formzahl α_k zu.

3.1.3 Nabe mit Radialbohrungen

Die maximalen Bohrungsrandspannungen liegen immer bei dem zur Stirnfläche am nächsten liegenden Punkt des Bohrungsrandes an der Fügefläche (Bild 3.3, Punkt A). Ebenso wie bei Naben und Wellen mit Axialbohrungen spielt die minimale Wandstärke t_{bs} die entscheidende Rolle. Bohrungen nahe der Stirnfläche verursachen starke Spannungserhöhungen am Bohrungsrand.

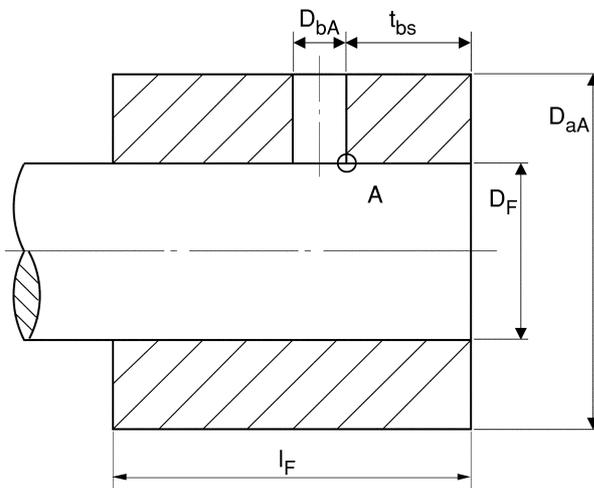


Bild 3.3: Geometrische Bezeichnungen an Naben mit Radialbohrungen

Bei der Übertragungsfähigkeit ist zu beachten, daß die auf der Fügefläche auftreffenden Bohrungen „Leerstellen“ darstellen, die bei der Berechnung der Übertragungsfähigkeitskennzahl η durch den Fugenleergrad λ_F berücksichtigt werden müssen.

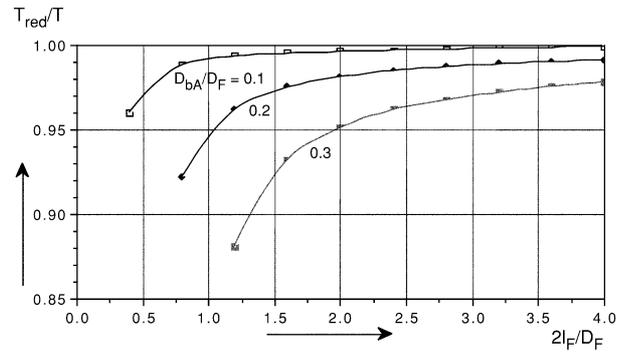


Bild 3.4: Übertragungsfähigkeit von Naben mit einer Radialbohrung

Bild 3.4 zeigt die Übertragungsfähigkeit für Naben mit einer Radialbohrung. Die Untersuchungen führen auch hier zu der Erkenntnis, daß der durchschnittliche Fugendruck \bar{p} und das übertragbare Drehmoment T unabhängig von der Montagebedingung sind.

Erfolgt die Anwendung als Pressölverband, wird durch das zugeführte Pressöl eine Druckbelastung in der Radialbohrung hervorgerufen, die mit einer Aufweitung und einer ungünstigen Belastungswirkung auf die Nabe verbunden ist. Die entsprechende Festigkeitsberechnung muss daher den Belastungsfall der Nabe in gefügtem Zustand mit Öl-druck in der Ölbohrung erfassen.

3.2 Teilplastische Auslegung geschwächter Pressverbindungen

Zur Steigerung der Übertragungsfähigkeit werden in vielen Fällen teilplastische Verformungen an Maschinenelementen zugelassen, ohne daß durch das Überschreiten der Elastizitätsgrenze mit einem sofortigem Ausfall der Verbindung gerechnet werden muss.

Da teilplastische Probleme nichtlinear sind, sind die in Kap.3.1 vorausgesetzten Bedingungen für eine dimensionslose Darstellung der Ergebnisse nicht mehr gegeben. Für die teilplastische Auslegung kann jedoch näherungsweise eine dimensionslose Darstellung erreicht werden, wenn bei ausreichender Stützwirkung der verbleibenden elastischen Gebiete die Verschiebungen und Verzerrungen der plastischen Zone die gleiche Größenordnung wie in der elastischen Zone aufweisen, die Untersuchungen beschränken sich daher auf kleine plastische Verformungen.

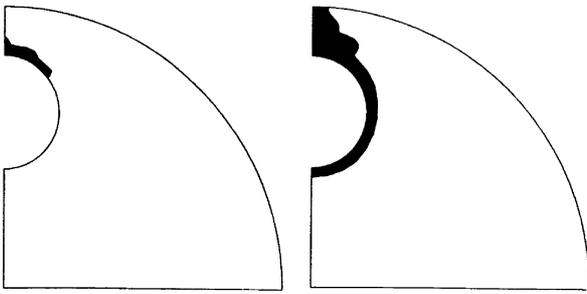


Bild 3.5: Plastische Zonen einer Welle mit zwei Axialbohrungen ohne Montagereibung; $r_b/r_f=0,2$; $e/r_f=0,625$; $Q_N=r_f/r_a=0,5$

Bild 3.5 zeigt am Beispiel einer durch Axialbohrungen geschwächten Welle ohne Montagereibung die plastischen Zonen bei zunehmendem Übermaß. Die vom Bohrungsrand mit der höchsten Spannung ausgehende plastische Zone nimmt mit steigendem Übermaß zu und erreicht schließlich im Grenzfall die Fügefläche. Bei mehreren Bohrungen können sich auch die plastischen Zonen treffen.

Für das in Bild 3.5 abgebildete Beispiel zeigt **Bild 3.6** den auf die Streckgrenze bezogenen durchschnittlichen Fugendruck \bar{p} in Abhängigkeit vom auf die elastische Grenzdehnung ε_f bezogenen Übermaß \bar{u} .

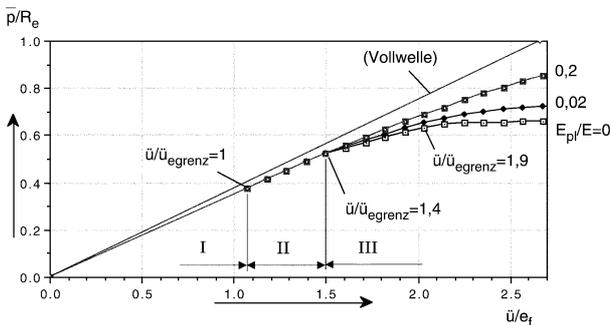


Bild 3.6: Fugendruck-Übermaß-Verhältnis einer Welle mit zwei Axialbohrungen ohne Montagereibung; $r_b/r_f=0,2$; $e/r_f=0,625$; $Q_N=r_f/r_a=0,5$

Hieraus kann folgendes abgeleitet werden:

- Solange die maximale Bohrungsrandspannung σ_{vmax} kleiner als die Streckgrenze R_e ist, wird die Welle rein elastisch beansprucht (Bereich I, Bild 3.6).
- Mit σ_{vmax} wird die Welle teilplastisch beansprucht. Solange die dünnste Stelle der Bohrungswand zwischen Bohrung und Fügefläche oder zwischen Nachbarbohrungen nicht vollplastisch beansprucht ist, weicht der durchschnittliche Fugendruck \bar{p} nur „geringfügig“ von der Linearität zum Übermaß \bar{u} ab (Bereich II). Durch die Stützwirkung der verbleibenden elastischen

Zone behält die plastische Dehnung ε_{pl} am Bohrungsrand die gleiche Größenordnung wie die Dehnung an der Streckgrenze ε_f . Im Vergleich zur rein elastischen Auslegung kann sich die Übertragungsfähigkeit in diesem Beispiel mit zulässigen plastischen Verformungen um 40% vergrößern.

- Mit Erreichen der vollplastischen Durchverformung krümmen sich die Fugendruck-Übermaß-Linien stärker mit abnehmendem Verfestigungsersatzmodul E_{pl} (Bereich III).

Ingenieurmäßig von wichtiger Bedeutung ist der teilplastische Bereich zwischen der rein elastischen Grenzbelastung und dem merklichen Abweichen von der linearen Fugendruck-Übermaß-Linie (Bereich II). Durch die ausreichende Stützwirkung der elastischen Zone wird die Ausnutzung der geschwächten Pressverbindung bedeutend erhöht. Die Deformationen in den plastischen Zonen haben etwa die gleiche Größenordnung wie in den elastischen Gebieten; die Steifigkeiten bleiben fast unverändert im Vergleich zur rein elastisch beanspruchten Welle.

4 Zusammenfassung

Die Vielfalt der konstruktiv notwendigen geometrischen Rahmenbedingungen macht über den gesamten Bereich der Welle/Nabe-Verbindungen gezielte Untersuchungen zur langfristigen Erweiterung standardisierter Berechnungsansätze notwendig.

5 Literaturverzeichnis

- /1/ Decker, K.-H.: Maschinenelemente - Gestaltung und Berechnung. Carl Hanser Verlag, München 1990
- /2/ Schäfer, G.: Der Einfluß von Oberflächenbehandlungen auf das Verschleißverhalten flankenzentrierter Zahnwellen-Verbindungen mit Schiebeseit. Dissertation TU Clausthal 1995
- /3/ Wesolowski, K.: Dreidimensionale Beanspruchungszustände und Festigkeitsnachweis drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen unter elastischer und teilplastischer Verformung. Dissertation TU Clausthal 1996
- /4/ Dietz, P.; Schäfer, G.; Wesolowski, K.: Betriebsverhalten und Lebensdauer von Zahnwellen-Verbindungen. DVM-Tagung: "Maschinenelemente und Lebensdauer - Gestaltung und Optimierung", Dresden 1995, DVM-Bericht 121
- /5/ Dietz, P.; Tan, L.: Beanspruchungen und Übertragungsfähigkeit geschwächter Welle-Nabe-Preßverbindungen. Antriebstechnik 35 (1996), Heft 4/5
- /6/ Tan, L.: Beanspruchungen und Übertragungsfähigkeit der geschwächten Welle-Nabe-Preßverbindungen im elastischen und teilplastischen Bereich. Diss. TU Clausthal, 1993