

Beanspruchungsverhalten von Zahnwellen-Verbindungen unter Drehmomentbelastung

Garzke, M.

Zahnwellen-Verbindungen mit Schiebesitz bilden einen Forschungsschwerpunkt des Institut für Maschinenwesen. Entscheidenden Einfluß auf ihr Beanspruchungsverhalten unter Drehmomentbelastung besitzen neben den Verzahnungsabweichungen und dem Werkstoff auch verschiedene Geometrieparameter, u.a. die Zähnezah und die Nabengeometrie.

Involute splines with clearance fit are being studied at the Institute of Mechanical Engineering. In addition to tooth deviations and material, a number of various geometric parameters, number of teeth and hub geometry for example, greatly influence the stress behaviour of these machine elements when under torque.

1 Einleitung

Die Beanspruchungen im Kerbbereich drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen entstehen durch die Flankenormalkraft F , die in eine Umfangskraft F_U und in eine Radialkraft F_R zerlegt werden kann, **Bild 1**. Die Umfangskomponente erzeugt im Zahnfuß eine Schubbeanspruchung sowie durch die Zahnbiegung auf der Kraftangriffsseite eine Zugbeanspruchung (-> Zugseite, Indize z) und auf der lastfreien Zahnseite eine Druckbeanspruchung (-> Druckseite, Indize d). Die Radialkomponente verursacht eine Druck- und eine Tangentialspannung. Ebenso kann die Flankenormalkraft der Nabe in eine Umfangskraft F_U und in eine Radialkraft F_R aufgespalten werden (**Bild 2**), wobei durch die Umfangskomponente im Zahnfuß eine Schubbeanspruchung sowie durch die Zahnbiegung auf der Kraftangriffsseite eine Zugbeanspruchung entsteht. Eine Unterscheidung in Zug- und Druckseite wie bei der Welle kann bei der Nabe entfallen, da die Beanspruchungen auf der Zugseite durch die Nabenaufweitung kritischer sind als auf der Druckseite /1/.

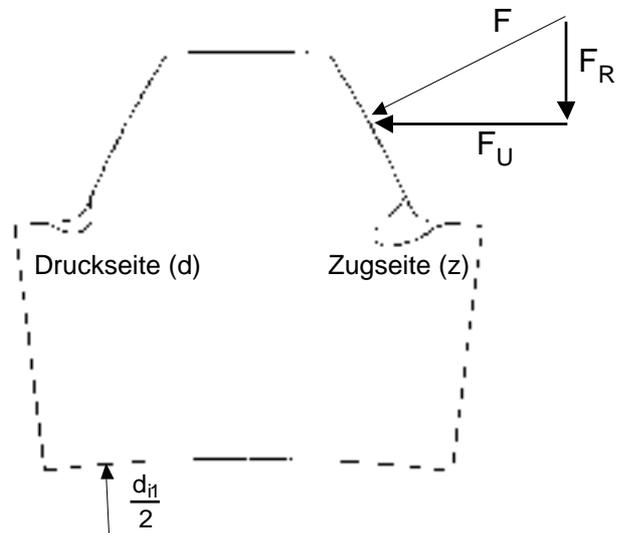


Bild 1: Schematische Darstellung der Flankenkräfte und der hochbeanspruchten Wellenzonen /1/

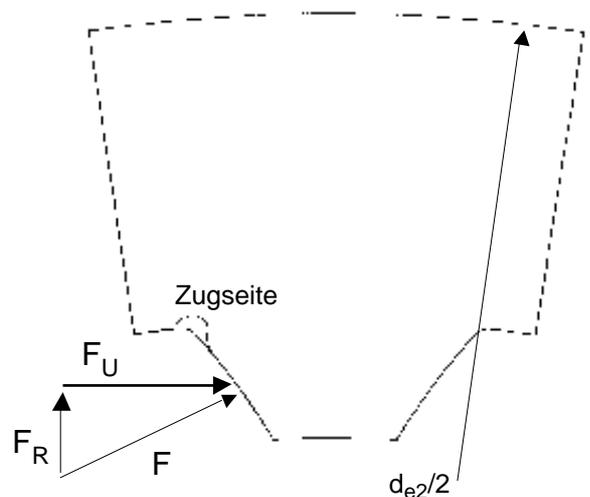


Bild 2: Schematische Darstellung der Flankenkräfte und der hochbeanspruchten Nabenzonen /1/

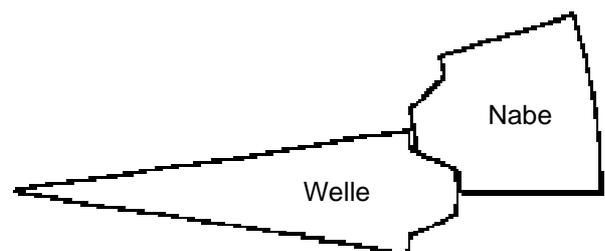


Bild 3: Zahnsektormodelle von Welle und Nabe im Kontakt

3 Ergebnisse

Die Auswertung der Kontaktrechnungen erfolgte durch Aufnahme der Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese ($\sigma_{\text{V,Mises}}$) in den Zahnfußbereichen auf der Zug- und Druckseite der Welle und auf der Zugseite der Nabe sowie die Bestimmung der Pressungsverteilung auf der Zahnflanke im Kontaktbereich (Verbindungsbreite b). Dieser Überdeckungsbereich von Welle und Nabe ist in den nachfolgenden Diagrammen grauschraffiert.

3.1 Beanspruchung der Welle

3.1.1 Einfluß der Zähnezahl

Beim Vergleich der Spannungsverläufe im Zahnfußbereich können grundsätzliche Unterschiede zwischen Verbindungen mit kleinen und großen Zähnezahlen festgestellt werden, **Bild 5**. Bei kleinen Zähnezahlen tritt kein ausgeprägtes Spannungsmaximum Verbindungsbeginn (a) auf. Die maximale Vergleichsspannung befindet sich für sehr kleine Zähnezahlen im Bereich vor der Kontaktzone, in dem die Zahnbiegung abgeklungen ist und der Zustand der ungestörten Torsion (u) vorliegt /3,4/. Mit zunehmender Zähnezahl wird ein ausgeprägtes Spannungsmaximum am Verbindungsbeginn erkennbar, wobei das Maximum auf der Druckseite vor dem Verbindungsbeginn liegt, auf der Zugseite hingegen direkt am Kontaktbeginn zu finden ist. Ursache dafür ist der Verlauf des Kraftflusses von der Nabe über die Kontaktzone in die Welle. Zahnwellen mit geringer Zähnezahl weisen bei gleicher Drehmomentbelastung eine höhere Vergleichsspannung im Bereich ungestörter Torsion auf als Verbindungen mit vielen Zähnen, da bei gleichem Bezugsdurchmesser das Trägheitsmoment bei niedrigen Zähnezahlen wesentlich kleiner ist als bei hohen Zähnezahlen (**Bild 6**). Analog zur Spannungsberechnung tordierter kreiszylindrischer Stäbe gilt auch für Zahnwellen-Verbindungen der umgekehrt proportionale Zusammenhang zwischen Schubspannung und Widerstandsmoment, woraus sich die unterschiedliche Höhe der Vergleichsspannung im Bereich der ungestörten Torsion erklärt. Wellen mit geringer Zähnezahl werden vorrangig auf Torsion beansprucht, Verbindungen mit großer Zähnezahl unterliegen

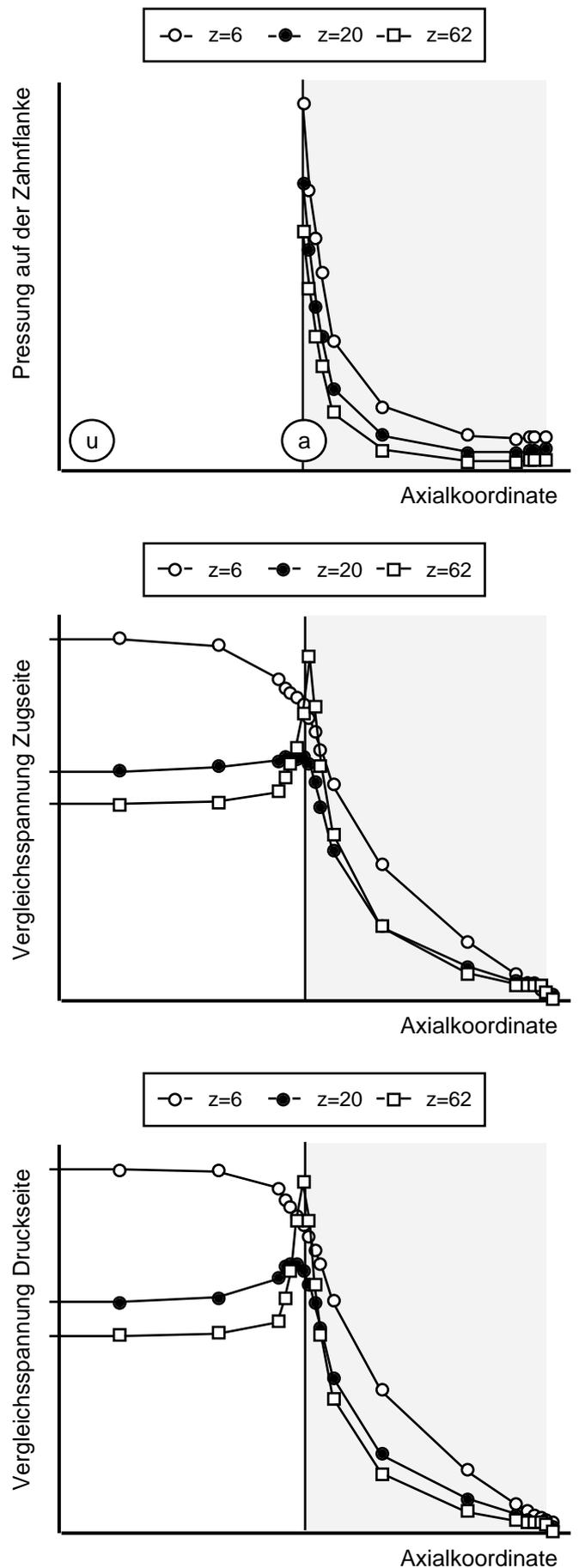


Bild 5: Vergleich der Pressungs- und Zahnfußspannungsverläufe von Zahnwellen-Verbindungen mit unterschiedlicher Zähnezahl ($d_{e2}/d_B=2$), DIN 5480

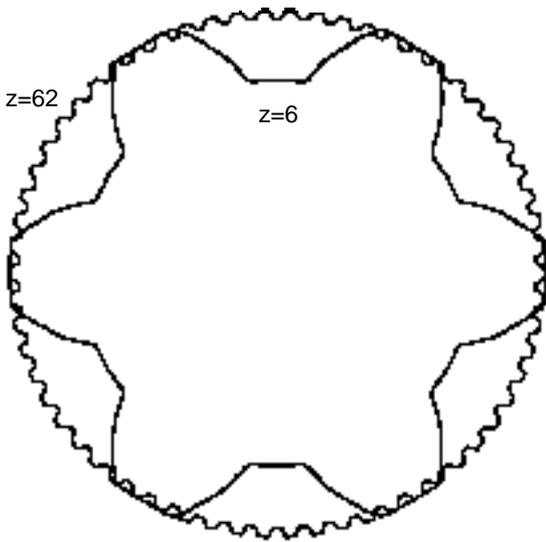


Bild 6: Vergleich der Querschnittsfläche für kleine und große Zähnezahl bei gleichem d_B

speziell am Verbindungsbeginn erhöhter Biegebeanspruchung. Verbindungen im Zähnezahlbereich 12..13 z 16..18 verfügen über einen gleichmäßigen Spannungsverlauf bis zum Kontaktbeginn, der dann zum Verbindungsende hin aufgrund des Kraftflusses abfällt.

Die am Verbindungsbeginn auftretende maximale Pressung verringert sich mit zunehmender Zähnezahl, da das zu übertragende Drehmoment auf mehr Zähne aufgeteilt werden kann. Gleichzeitig wird aber aufgrund der zunehmenden Zahnsteifigkeit die Lastverteilung ungleichmäßiger, wenn man zur deren Charakterisierung den Breitenfaktor k_b heranzieht /4/:

$$k_b = \frac{p_{max}}{p_0}$$

p_{max} : max.Pressung im Kontaktbereich

p_0 : mittlere Pressung im Kontaktbereich

Die prinzipielle Abhängigkeit des Breitenfaktors k_b von der Zähnezahl zeigt **Bild 7**.

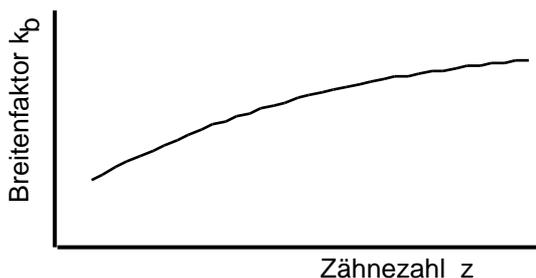


Bild 7: prinzipielle Abhängigkeit des Breitenfaktors von der Zähnezahl

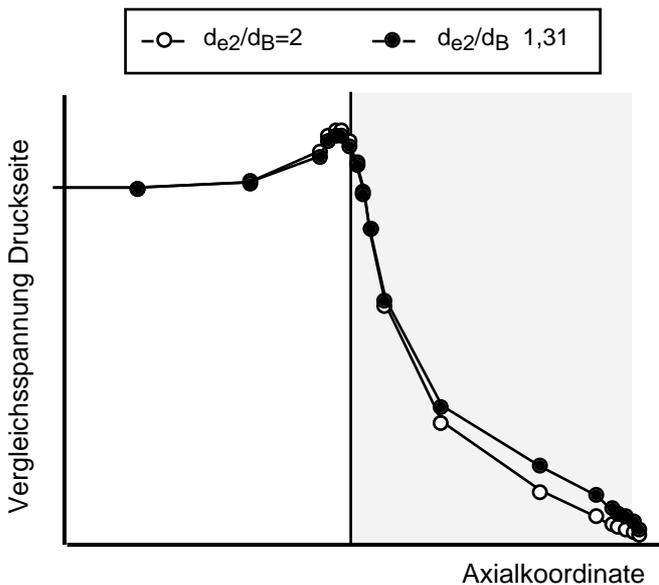
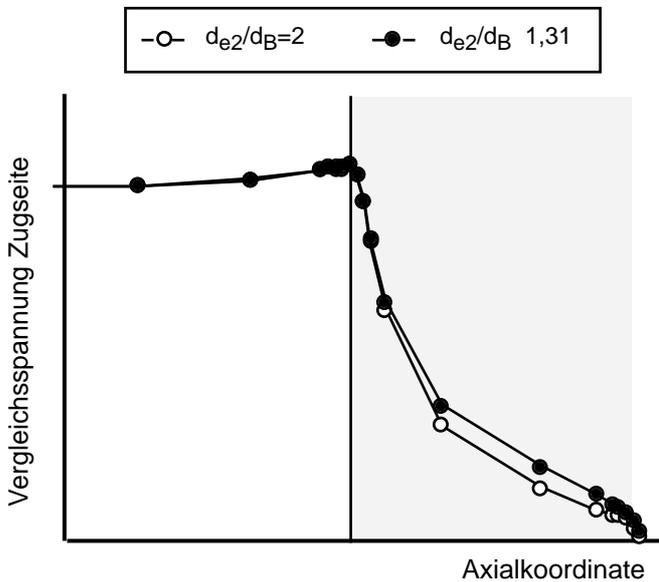
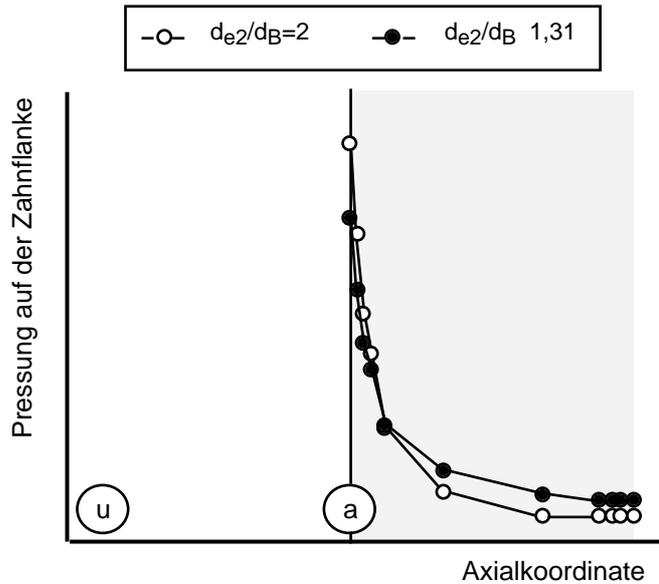


Bild 8: Vergleich der Pressungs- und Zahnfußspannungsverläufe von Zahnwellen-Verbindungen mit unterschiedlichen Nabenaußendurchmessern, DIN 5480, 20 Zähne

3.1.2 Einfluß des Naben-Außendurchmessers

Die derzeitige Berechnungsnorm DIN 5466E /1/ gilt nur für Zahnwellen-Verbindungen mit einem Durchmesser Verhältnis von d_{e2}/d_B 1,5. Ab diesen Verhältnis kann davon ausgegangen werden, das sich die Zahnfußspannung nahezu unabhängig vom Naben-Außendurchmesser verhält, da der Anteil der Nabengrundkörpersteifigkeit an der Gesamtsteifigkeit der Welle-Nabe-Verbindung überwiegt /3,4/. Wird der Naben-Außendurchmesser auf Werte unter $1,5 \cdot d_B$ verringert, so wird die Nabe verformungsweicher gestaltet und die Zahnfußspannung verändert sich entsprechend **Bild 8**. Deutlich ist zu erkennen, daß bei Verbindungen mit $d_{e2} < 1,5 \cdot d_B$ auch Wellenbereiche am Verbindungsende verstärkt in den Tragprozeß mit eingebunden werden. Auf der Druckseite mit den gegenüber der Zugseite höheren Spannungswerten wird eine Reduzierung der maximalen Vergleichspannung erreicht. Das beschriebene Verhalten ist bei Verbindungen mit großer Zähnezahl noch stärker ausgeprägt.

Die Verwendung von dünnwandigen Naben bewirkt eine starke Reduzierung des Pressungspeaks am Verbindungsbeginn (a). Infolge der verformungsweicheren Nabe wird die Lastverteilung auf der Zahnflanke gleichmäßiger.

3.1.3 Einfluß der Nabeneinspannung

Das Beanspruchungsverhalten von Zahnwellen-Verbindungen mit dünnwandigen Naben wird neben dem Naben-Außendurchmesser auch noch durch die Nabeneinspannung bestimmt. Als Vergleichsgrundlage dient dabei der Fall der Lasteinleitung über die gesamte Breite (*ges. Breite*) der Nabe, **Bild 9**. Aufgrund des kurzen Kraftflusses bei der Drehmomenteinleitung über den Verbindungsbeginn (*V.beginn*) wird trotz gleicher Geometrie eine etwas steifere Nabe simuliert. Die Zahnfußbereiche am Verbindungsende unterliegen geringeren Beanspruchungen und die maximale Pressung am Verbindungsbeginn (a) erhöht sich. Ein verformungsweiches Verhalten ergibt sich durch die Lasteinleitung am Verbindungsende (*V.ende*) der Nabe, bei der der Kraftfluß vom Nabenende über die Kontaktzone zum Wellenanfang erfolgt (vgl. **Bild 4**). Die Flankenpressung am Kon-

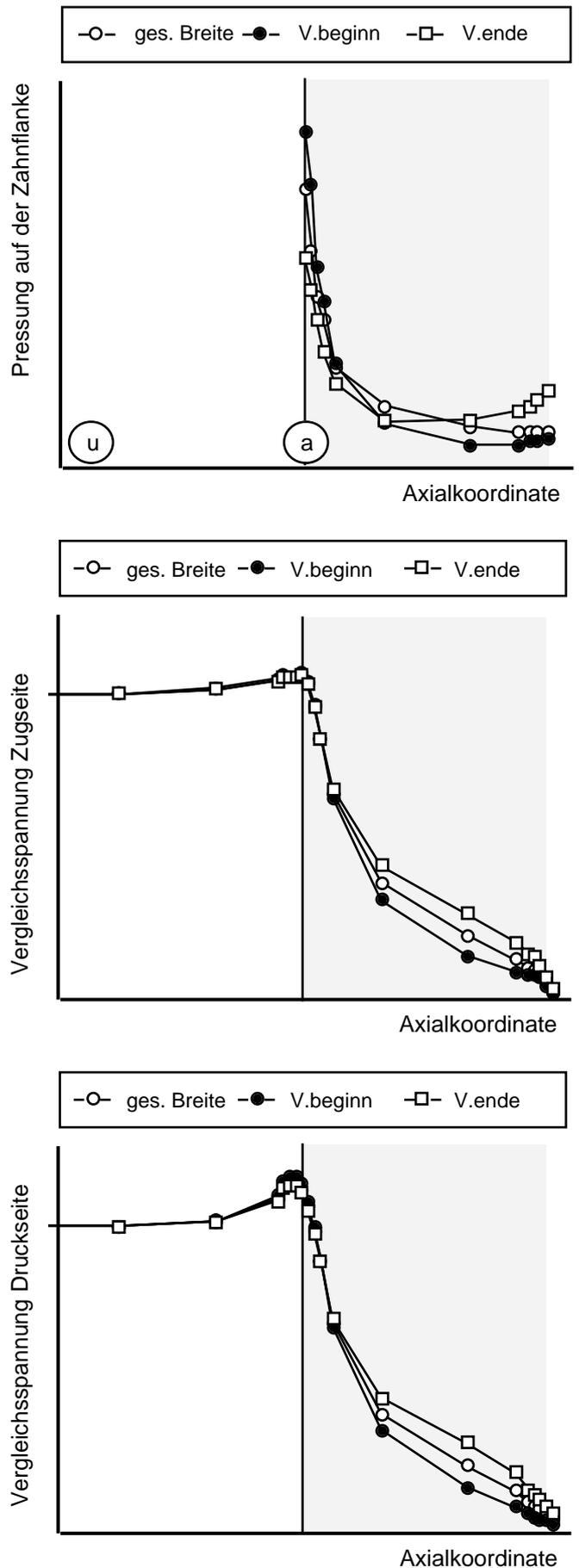


Bild 9: Vergleich der Pressungs- und Zahnfußspannungsverläufe von Zahnwellen-Verbindungen mit unterschiedlichen Lasteinleitungsorten an einer dünnen Nabe (d_{e2}/d_B 1,31), DIN 5480, 20 Zähne

taktende wird erhöht, die Druckspitze am Verbindungsbeginn wird abgebaut. Gegenüber den beiden anderen Lasteinleitungsfällen ergibt sich eine gleichmäßigere Pressungsverteilung. Durch den längeren Kraftflussweg unterliegt auch das Verbindungsende erhöhten Kerbbeanspruchungen.

3.1.4 Einfluß des Zahnüberstands

Die Ausführung der Zahnwellen-Verbindung mit einseitigem Nabenüberstand (*einseitiger NÜ*) und dünnwandiger Nabe, die über das freie Wellenende hinaussteht, führt zu einem deutlich anderen Beanspruchungsverhalten der Welle als bei Verbindungen mit beidseitigem Wellenüberstand (*beidseitiger WÜ*) und Lasteinleitung über die gesamte Verbindungsbreite, **Bild 10**. Ähnlich den Ausführungen zu Zahnwellen mit Lasteinleitung am Verbindungsende dünnwandiger Naben in Kap.3.1.3, verringert sich die maximale Flankenpressung und die Lastverteilung im Kontaktbereich wird gleichmäßiger. Bedingt durch das Überstehen der Nabe über die Welle hinaus erfolgt die Drehmomenteinleitung in die Welle bereits an deren Ende, woraus sich höhere Zahnfußbeanspruchungen auf Zug- und Druckseite am Verbindungsende ergeben.

3.2 Beanspruchung der Nabe

3.2.1 Einfluß der Zähnezahzahl

Die mit ansteigender Zähnezahzahl zunehmende Zahnsteifigkeit bewirkt bei konstanten Drehmoment ein ausgeprägtes Spannungsmaximum am Kontaktbeginn (a) der Nabe, das bei Verbindungen mit geringer bzw. mittlerer Zähnezahzahl nicht feststellbar ist, **Bild 11**. Diese Naben werden im Zahnfußbereich annähernd gleichmäßig beansprucht. Naben, die nicht über die lastfreie Seite der Welle hinausstehen, werden vorrangig auf Zahnbiegung beansprucht. Der Zustand der reinen Torsion kann sich nur bei langen Naben mit Nabenüberstand auf der lastfreien Wellenseite ausbilden /3/.

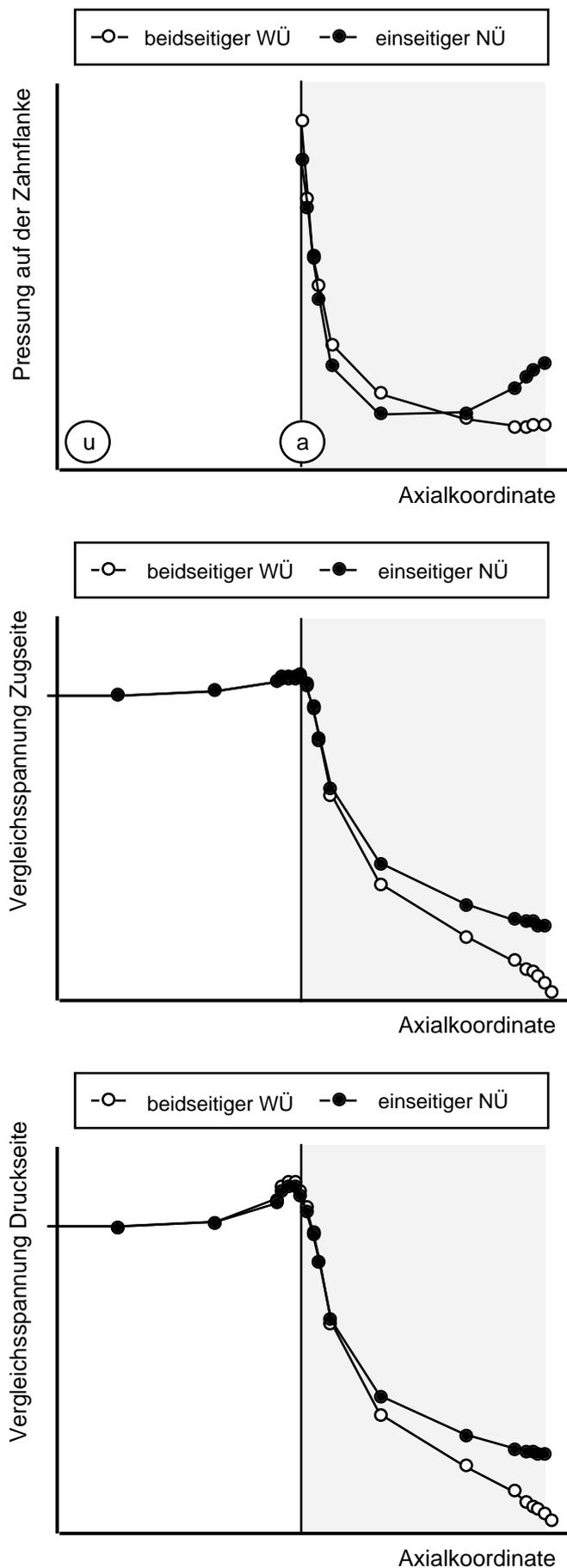


Bild 10: Vergleich der Pressungs- und Zahnfußspannungsverläufe von Zahnwellen-Verbindungen mit unterschiedlichen Zahnüberständen, DIN 5480, 20 Zähne (d_{e2}/d_B 1,31)

3.2.2 Einfluß des Naben-Außendurchmessers

Die Verringerung des Naben-Außendurchmessers bewirkt eine deutliche Erhöhung der Kerbspannung am Verbindungsbeginn (a) (**Bild 12**), da die aus der Nabenaufweitung resultierenden Tangentialspannungen sich auf einen geringeren Querschnitt des Nabengrundkörpers verteilen müssen. Aufgrund des Kraftflusses unterliegt das Verbindungsende (e) der Nabe nur unwesentlich höheren Beanspruchungen.

3.2.3 Einfluß der Nabeneinspannung

Bei Verwendung dünnwandiger Naben sollte nach Möglichkeit des Drehmoment am Verbindungsende (e) der Nabe eingeleitet werden, weil dadurch eine gleichmäßigere Zahnfußbeanspruchung und ein Absenken der maximalen Kerbspannung erreicht wird, **Bild 13**. Die Wahrscheinlichkeit des Aufplatzens einer dünnwandigen Nabe ist für den Fall der Lasteinleitung am Kontaktbeginn (a) am größten, da infolge der schroffen Kraftflussumlenkung lokal höhere Beanspruchungen verursacht werden als bei den beiden anderen Lasteinleitungsvarianten.

3.2.4 Einfluß des Zahnüberstands

Bild 14 zeigt die Kerbspannungsverläufe im Nabenfußbereich bei Verbindungen mit unterschiedlichen Zahnüberständen. Erfolgt die Drehmomenteinleitung am Ende der über die lastfreie Wellenseite hinausstehenden Nabe, so kann die Vergleichsspannung am Verbindungsbeginn (a) gegenüber einer nichtüberstehenden Nabe (Lasteinleitung über die gesamte Verbindungsbreite) erheblich reduziert werden. Infolge der veränderten Steifigkeitsverhältnisse tritt nun ein Steifigkeitssprung am Verbindungsende (e) auf, der sich durch den Anstieg der Kerbspannung äußert. Trotz dieser Tatsache wird eine gleichmäßigere Fußbeanspruchung erzielt. In genügend weiter Entfernung von der Verbindung ist der Einfluß der Naben-zahnbiegung abgeklungen und der Zustand der reinen Torsion kann sich in der Nabe ausbilden.

4 Ausblick

Die derzeit gültige Berechnungsnorm zur Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbin-

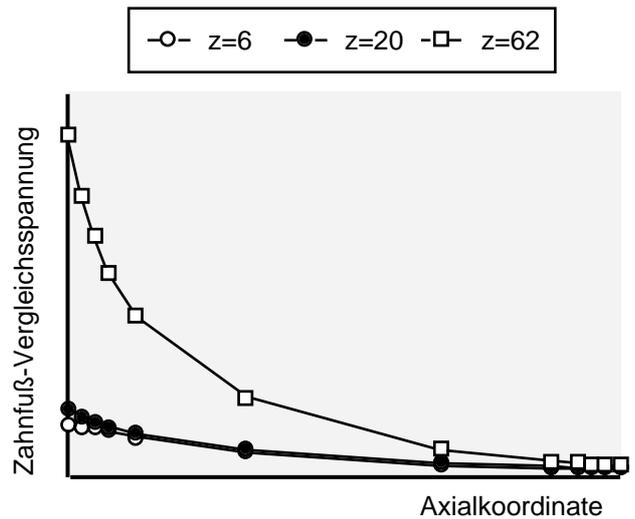


Bild 11: Vergleich der Zahnfußspannungsverläufe von Zahnradnaben mit unterschiedlicher Zähnezahl, ($d_{e2}/d_B=2$), DIN 5480

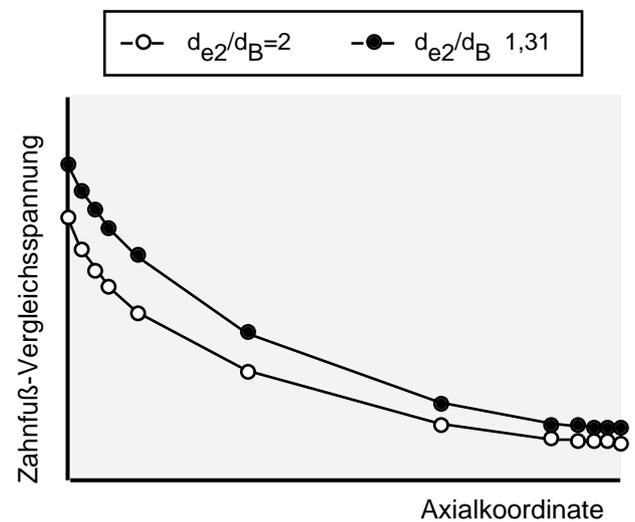


Bild 12: Vergleich der Zahnfußspannungsverläufe von Zahnradnaben mit unterschiedlichen Naben-Außendurchmessern, DIN 5480, 20 Zähne

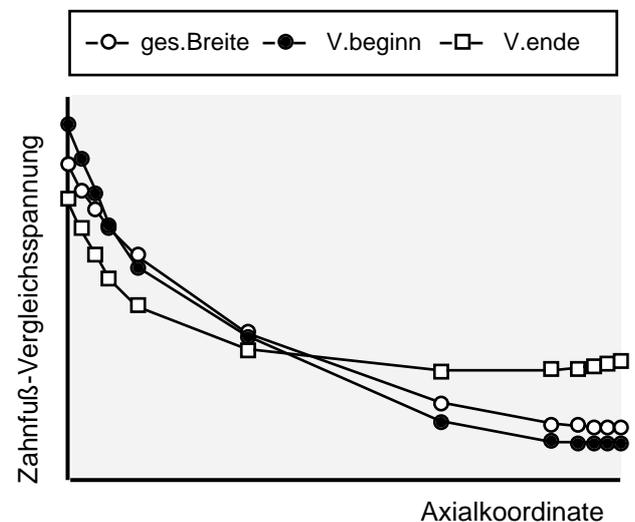


Bild 13: Vergleich der Zahnfußspannungsverläufe von Zahnradnaben mit unterschiedlichen Lasteinleitungs-orten an einer dünnen Nabe, DIN 5480, 20 Zähne ($d_{e2}/d_B=1,31$)

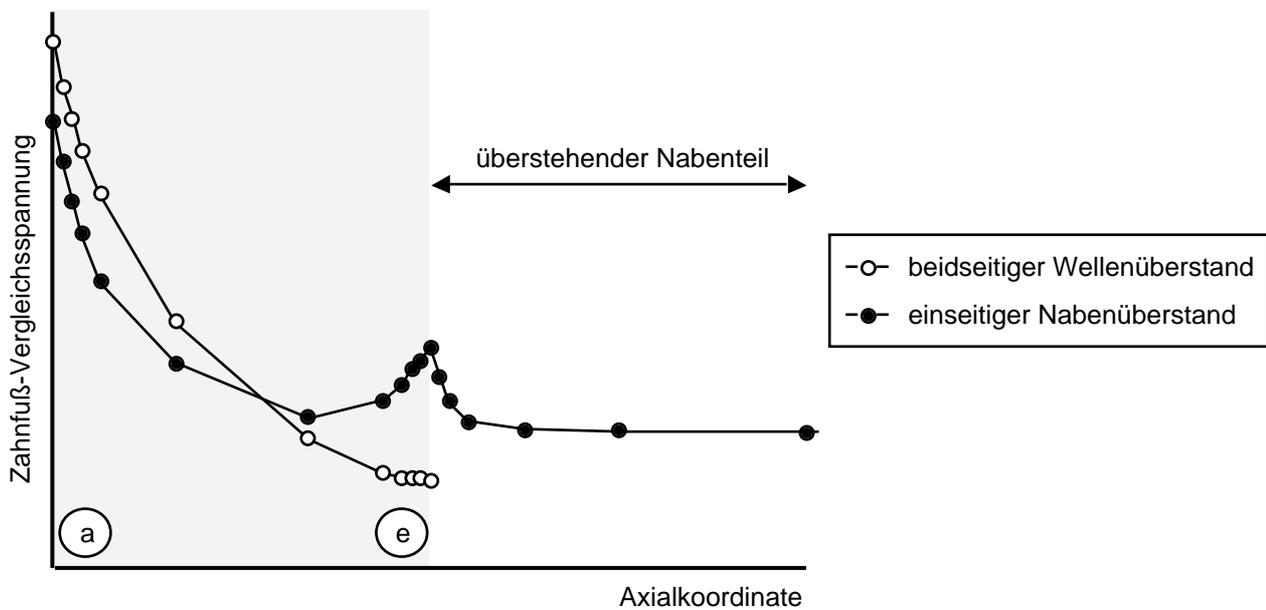


Bild 14: Vergleich der Naben Zahnfußspannungsverläufe von Zahnwellen-Verbindungen mit unterschiedlichen Zahnüberständen (d_{e2}/d_B 1,31), DIN 5480, 20 Zähne,

dungen DIN 5466E gilt nur für ein Durchmesser Verhältnis von d_{e2}/d_B 1,5. Die Untersuchungen zum Einfluß der Nabengeometrie auf das Beanspruchungsverhalten sind ebenso noch nicht abgeschlossen wie die Untersuchungen zum Einfluß von Axialkraft-, Querkraft- und Biegemomenteneinflüssen.

Die für einige Geometrieparameter ermittelten hohen Zahnfußbeanspruchungen führen bei gleicher Drehmomentbelastung zu früherer Überschreitung der Werkstoffstreckgrenze und damit zu eher einsetzenden Plastifizierungen. Auch in diesem Bereich laufen derzeit Untersuchungen.

Am Institut für Maschinenwesen ist ein Berechnungsprogramm auf Basis von Microsoft EXCEL[®] erstellt worden, das die Auslegung von Zahnwellen-Verbindungen nach dem gegenwärtigen Erkenntnisstand ermöglicht /5/. Das Tabellenkalkulationsprogramm wird permanent durch neue Untersuchungsergebnisse erweitert.

Literatur

- /1/ DIN 5466E: Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen, Beuth-Verlag, Berlin 1996
- /2/ Wesolowski, K.: Ausnutzung von Symmetrieebenen zur Berechnung drehmomentbeanspruchter Bauteile. Institutsmitteilung Nr. 19, IMW TU Clausthal 1994, ISSN 0947-2274

- /3/ Wesolowski, K.: Dreidimensionale Beanspruchungszustände und Festigkeitsnachweis drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen unter elastischer und teilplastischer Verformung. Dissertation TU Clausthal 1996

- /4/ Garzke, M.: Untersuchungen zum Beanspruchungs- und Pressungsverhalten von Zahnwellen-Verbindungen unter Drehmomentbelastung mit der Finite-Elemente-Methode. Unveröffentlichte Studienarbeit, IMW TU Clausthal 1994

- /5/ Burgtorf, U.: Tabellenkalkulationsprogramm zur Tragfähigkeitsberechnung von Zahnwellen-Verbindungen. Institutsmitteilung Nr. 21, IMW TU Clausthal 1996