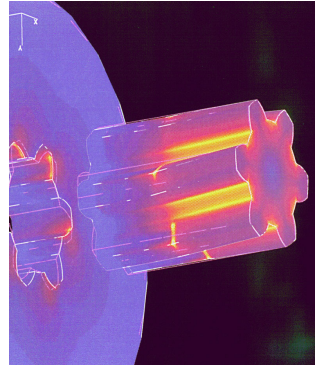


# Passverzahnungsberechnung in Richtlinien und Normen

Schäfer, G.

*Die Berechnung von Passverzahnungen ist häufig in einen umfassenden Festigkeitsnachweis einer Welle oder Baugruppe integriert. Dazu sind Verfahren nach DIN 743 oder der FKM-Richtlinie gebräuchlich. Diese allgemeinen Vorschriften werden sinnvoll ergänzt durch elementenspezifische Berechnungsvorschriften wie die DIN 5466 für Zahnwellen. Anhand von Beispielen mit verschiedenen Durchmessern, zu denen auch jeweils numerische Berechnungen mit teilplastischem Werkstoffverhalten vorliegen, werden Hinweise für die Kopplung der existierenden Berechnungsansätze gegeben und Grenzen aufgezeigt.*

**Keywords:** *Splined shaft-hub connection, fatigue, notch factor, involute*



## 1 Einleitung

Die Zahnwellen-Verbindung wird seit mehreren Jahrzehnten im Institut für Maschinenwesen (IMW) der TU Clausthal experimentell und theoretisch/numerisch untersucht. Als Ergebnis dieser Arbeiten sind konstruktive Hinweise für die Gestaltung unter Festigkeitsgesichtspunkten, ebenso wie zum verschleißarmen Betrieb entwickelt worden. Für die Berechnung dieses speziellen Maschinenelements wurde die DIN 5466 /1/ durch das IMW entwickelt. Besonderes Augenmerk wurde dabei, ausgehend von Schadensfall-untersuchungen, auf das Systemverhalten im Zusammenspiel von Welle und Nabe in Form der Lastverteilung im Flankenkontakt, der Spannungsverteilung innerhalb der durch komplexe Kerbwirkung gekennzeichneten Verzahnung, sowie den Einfluss teilplastischen Werkstoffverhaltens auf die vorgenannten Bauteilbeanspruchungen. Als Rahmenbedingungen wurde dazu typische Fertigungsabweichungen (z.B. Teilungsabweichungen oder Achsversätze) sowie betriebsbedingte Zusatzbelastungen (z.B. Biegemomente) neben der eigentlichen Torsionsübertragung betrachtet.

Die folgenden Beispiele sollen Hinweise geben, wie die in der DIN 5466 gegebenen zahnwellenspezifischen Berechnungsaspekte in Verbindung mit den allgemeineren Berechnungsvorschriften DIN 743 /2/ (Wellenberechnung) oder FKM-Richtlinie /3/ (Berechnung von Maschinenbauteilen) sinnvoll angewendet werden können.

## 2 Berechnungsvorgehensweise

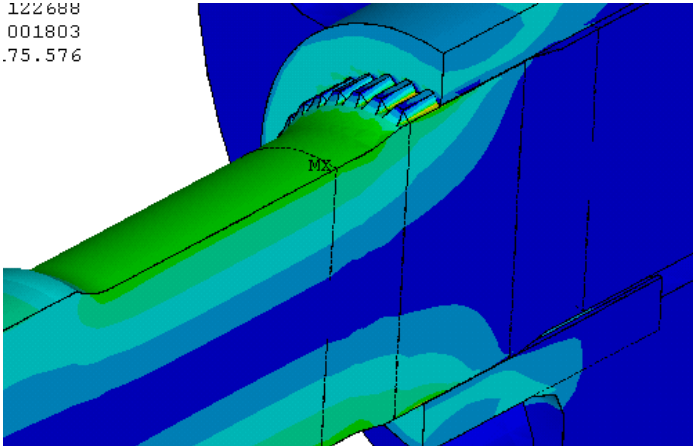
Ausgehend von den im Betrieb auftretenden Nenn- und Maximaldrehmomenten, wird heute häufig die vereinfachte Auslegung für formschlüssige Welle-Nabe-Verbindungen nach der zulässigen Flächenpressungen in der allgemeinen Maschinenelemente Berechnungsliteratur vorgeschlagen. Falls nur das Nenndrehmoment bekannt ist, kann mit dem aus der Getrieberechnung bekannten Anwendungsfaktor  $KA$  ein erwartetes Maximaldrehmoment ermittelt werden. Wie in /4/ bereits dargestellt, sind die Auslegungsverfahren nach der Flächenpressung für hoch beanspruchte Anwendungsfälle kaum geeignet. Auf der anderen Seite ist eine detaillierte FEM-Berechnung in vielen Fällen zu aufwendig, anhand der in frühen Konstruktionsphasen noch nicht vorliegenden Geometriedetails wenig aussagefähig oder aufgrund einer automatisierten Standardvernetzung fast irreführend. Um den Anwender bei seiner täglichen Arbeit an dieser Stelle zu unterstützen, bestehen mit den verschiedenen Berechnungsnormen oder Richtlinien Handlungshinweise für eine sachgemäße Berechnung. Dies schließt in Einzelfällen für einen finalen Festigkeitsnachweis in komplexen Anwendungen nicht die detaillierte FEM-Berechnung oder den Bauteilversuch aus, ist aber auch in diesen Fällen ein wesentliches Werkzeug zur Definition der konstruktiven Feingestalt der Verbindung. Für die Berechnung der hier behandelten Passverzahnung steht die DIN 5466 zur Verfügung, deren geometriespezifischer Teil 2 für die Geometrie nach DIN 5480 derzeit noch in Überarbeitung ist. Verallgemeinernd sind daneben dann noch wie oben erwähnt die DIN 743 für die Wellenberechnung und die FKM-Richtlinie für den Festigkeitsnachweis von Maschinenbauteilen verfügbar. In den beiden letztgenannten Werken können die Besonderheiten der Passverzahnungsberechnung natürlich nicht in der Tiefe der DIN 5466 abgebildet werden. Nachfolgend wird speziell das Zusammenspiel der Berechnungen nach DIN 5466 /1/ und der FKM-Richtlinie /3/ anhand von Beispielanwendungen, zu denen auch FEM-Berechnungen vorliegen, dargestellt.

## 3 Anwendungsbeispiele

In einem ersten Anwendungsbeispiel wird die Verzahnung der Kolbentrommel einer hydraulischen Axialkolbenpumpe mit 900 Nm Nenndrehmoment berechnet. Aufgrund von Speichern im Hydrauliksystem kann von mäßigen Stößen auf der An- und Abtriebsseite der Pumpe ausgegangen werden, womit sich ein Anwendungsfaktor von  $KA = 1,5$  ergibt. Die Drehmomentbelastung tritt rein schwellend auf. Welle und Nabe sind aus einem Werkstoff mit Streckgrenze  $ReH = 930$  MPa und Zugfestigkeit  $Rm = 1300$  MPa, Die FEM-Berechnung erfolgt teilelastisch. **Bild 1** zeigt den Beanspruchungsverlauf in den beiden

Bauteilen. Gut zu erkennen ist bereits in diesem Bild, dass die Beanspruchungen über der Verzahnungsbreite nicht konstant sind. Eine konstante Lastverteilung wird von den einfachen Berechnungsansätzen auf Basis der Flächenpressung unterstellt.

122688  
001803  
.75.576

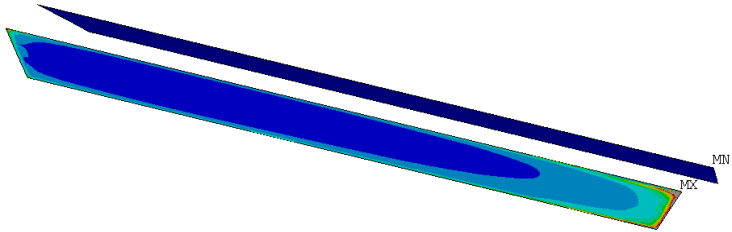


**Bild 1:** Beanspruchungsverlauf in Welle und Kolbentrommel einer Axialkolben-Hydraulikpumpe, Verzahnung DIN 5480 60x1,5x38

Die FKM-Richtlinie /3/ beschreibt in Kapitel 5.3.3.6 „Keilwellen, Zahnwellen und Kerbzahnwellen“ die Vorgehensweise zur Berechnung der Kerbwirkungszahlen für die verschiedenen Beanspruchungsarten und gibt den Hinweis, dass für Profilwellen mit Evolventenverzahnung 25% kleinere Kerbwirkungszahlen gelten. Die möglichen unterschiedlichen Ausführungsformen der Fußausrundungen (flacher Fuß oder vollverrundet) werden in dieser allgemeinen Richtlinie nicht näher unterschieden. Dies ist in DIN 5466 möglich. Die FKM-Richtlinie behandelt die Passverzahnung grundsätzlich als stabförmiges Bauteil nach dem Nennspannungskonzept. Alternativ können örtliche Hauptspannungen sowie Spannungsgradienten aus der FEM-Berechnung verwendet werden. Aussagen zur Flächenpressung im Flankenkontakt gibt es in der FKM-Richtlinie /3/ nicht, DIN 5466 /1/ berechnet mittlere und maximale Flächenpressungen. In **Bild 2** ist zu der sich einstellenden Pressungsverteilung in einer Verbindung mit  $d_B = 200$  mm ein Beispiel gezeigt. Im direkten Vergleich mit einem Flankentragbild, siehe **Bild 3**, sind die gute Übereinstimmung und daraus ableitbare Flankenform-Optimierungen erkennbar.

DIN 743 /2/ und die FKM-Richtlinie /3/ sind auf den Festigkeitsnachweis der Welle ausgerichtet. Der zusätzliche Festigkeitsnachweis für die Nabe macht weitere Berechnungen notwendig. Die Kerbwirkungszahlen aus dem speziellen Profilwellen-Abschnitt 5.3.3.6 rei-

chen dazu nicht. DIN 5466 /1/ gibt entsprechende Werte auch für die Nabe an. Kritisch sind in diesem Zusammenhang dünnwandige Naben mit einem Außendurchmesser von weniger als  $1,5 \cdot d_B$ . In solchen Fällen ist eine numerische Berechnung mit FEM anzuraten.



**Bild 2:** Flächenpressung in einer Verzahnung DIN 5480 200x4x48 bei 137,5 kNm Drehmoment mit teilplastischen Kantenbereichen



**Bild 3:** Kontaktdruckbereiche mit teilplastischen Zonen

Für eine geeignete Gestaltung des freien Verzahnungsauslaufs ist wesentlich, dass der freie Wellendurchmesser etwas geringer als der Verzahnungsfußkreis  $df_1$  gehalten wird, um Verletzungen dieses durch ein auslaufendes Werkzeug zu vermeiden. Die FKM-Richtlinie /3/ gibt dazu auf Seite 193 an: „Die Kerbwirkungszahlen gelten für den Übergang des gekerbten in den nichtgekerbten Teil der Profilwellen; der Durchmesser der Welle muss kleiner sein als  $(d - 0,5 \text{ mm})!$ “, wobei dieses  $d$  für das Profil nach DIN 5480 gleich  $df_1$  ist.

#### 4 Literatur

- /1/ DIN 5466: Tragfähigkeitsberechnungen von Zahn- und Keilwellenverbindungen, Deutsches Institut für Normung, Berlin, Beuth-Verlag, 2000
- /2/ DIN 743: Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen, Teil 1 bis 3, Deutsches Institut für Normung, Berlin, Beuth-Verlag, 2000
- /3/ FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile. 5. Auflage, Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM), Frankfurt/Main, VDMA-Verlag 2003
- /4/ Schäfer, G.: Neuerungen in der Berechnung von Passverzahnungen. VDI-Bericht 2114, S. 197 – 210, 2010, ISBN 978-3-18-092114-3