# Entwicklungstendenzen für Zahnwellen-Verbindungen

Dietz, P.; Schäfer, G.; Wächter, M.

Zahnwellen-Verbindungen sind eines der Kernthemen in der Forschungsarbeit des Instituts für Maschinenwesen. Neben der sich daraus ergebenden immer wieder angefragten Hilfestellung bei Sonderlösungen, ist das Institut aktuell mit der erneuten Überarbeitung der Berechnungsgrundlagen beschäftigt. Es werden aber auch innovative Wege zur Profiloptimierung verfolgt, die teilweise die Verwandtschaft zur Zahnwelle nur noch



erahnen lassen. Unsere wesentlichen Förderer bei diesen Arbeiten sind Forschungsvereinigung Antriebstechnik (FVA) und die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG), bei denen wir uns bedanken möchten.

Involute splines are a core topic of the research work at the Institute of Mechanical Engineering. Current work items are the revision of the calculation basics and the development of an optimized tooth profile. This research work is mainly financed by the Association of German Drive Technology (FVA) and the German Research Foundation (DFG).

## 1 Einleitung

Welle-Nabe-Verbindungen stellen eines der Hauptforschungsthemen am IMW dar. Formschlüssige Verbindungen wie Längsstiftverbindungen oder Zahnwellenprofile, die in den Längenausgleichen von Kardanwellen eingesetzt werden, werden in weiteren Artikeln dieser Institutsmitteilung speziell behandelt. Dieser Artikel widmet sich aktuell anlaufenden und geplanten Forschungsarbeiten, die auf dem langjährigen Wissen des Instituts aufbauen. Auf dem Gebiet der Berechnungsgrundlagen wird im Auftrag der Forschungsvereinigung Antriebstechnik (FVA) der unbefriedigende Kenntnisstand grundlegend überarbeitet. Der zweite Bereich der Profiloptimierung, der mit Mitteln der Deutschenforschungsgemeinschaft (DFG) unterstützt wird, wurde aus den umfangreichen Versuchs- und Betriebserfahrungen am Institut in Verbindung mit einigen Firmenvertretern initiiert.

#### 1.1 Berechnung

Die Berechnung von Zahnwellen-Verbindungen stellt einen alltäglichen Arbeitsgang in der antriebstechnischen Konstruktion dar. Die vorliegenden Normen DIN 743 /1/ und DIN 5466E /2/ führen aber aufgrund überalterter Grundlagen und fehlender Werkstoffgrenzwerte aktuell zu unbefriedigenden Aussagen und Übereinstimmungen mit Anwendungsfällen.

Einige praxisrelevante Anwendungsfälle sind darüber hinaus in den bestehenden Berechnungsnormen prinzipiell noch nicht berücksichtigt oder gehen über die Gültigkeitsgrenzen hinaus.

Im Rahmen der Arbeiten zu diesem Thema soll einerseits die theoretische Wissensbasis für das Verbindungssystem aus Welle und Nabe mit numerischen Simulationen aktualisiert und erweitert werden und andererseits aus zusammenzutragenden experimentellen Versuchsergebnissen die Angabe von zulässigen Werkstoffkennwerten für anwendungsrelevante Werkstoffzustände erreicht werden.

#### 1.2 Profilentwicklung

Erste numerische Untersuchungen an Zahnwellen-Verbindungen haben gezeigt, dass sich mit Hilfe einer optimierten Zahnform nach dem Wildhaber-Novikov-Grundprofil bei reiner Drehmomentbelastung eine rechnerische Beanspruchungsreduzierung im Zahnfuß auf 77% gegenüber einer Zahnwellengeometrie mit Evolventenflanken nach DIN 5480 /3/ bei gleichen Grundabmessungen erzielen lässt.

Durch eine weitere Profiloptimierung kann die Zentriereigenschaft ebenfalls noch deutlich verbessert werden. Damit findet auch bei Auftreten von Querkräften ein verminderter Verschleiß statt, die Lebensdauer der Verbindung kann deutlich erhöht werden.

# 2 Berechnung

Als Ergebnis umfangreicher experimenteller Forschungsarbeiten in den vergangenen 25 Jahren sowie den dazu parallel bearbeiteten theoretischen Vorhaben, die zu großen Teilen durch die FVA gefördert wurden sowie weiteren DFG geförderten Forschungsvorhaben zur Zahnwellen-Gestaltfestigkeit (Di289/9-1 und Di289/9-2) /4/, wurde die DIN5466 (1983) zur Zahnwellenberechnung bereits einmal grundlegend überarbeitet. Speziell die DFG geförderten Vorhaben lieferten auf Basis linearelastischer numerischer Untersuchungen die Grundlagen der heute in der DIN 5466 stehenden Formfaktoren. Für die Berechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen können

aktuell die DIN 743 und die DIN 5466E sowie daran angelehnte Berechnungshinweise in Maschinenelemente-Lehrbüchern herangezogen werden. Die DIN 743 berücksichtigt dabei als Wellenberechnungsnorm primär den Einfluss der Verbindung auf die Welle. Die Auslegung der Verbindung selber als System aus Welle und Nabe ist dagegen Kern der DIN 5466E. Aufgrund der dieser Norm zugrunde liegenden älteren Forschungsergebnisse aus den 90er Jahren, liefert die Anwendung dieser Berechnungsvorschrift teilweise unbefriedigende Übereinstimmung mit realen Anwendungsfällen und verfügt im Bereich zulässiger Werkstoffgrenzwerte nicht über die dringend notwendigen Informationen.

#### 2.1 Arbeitsziel

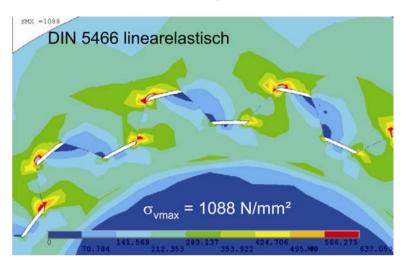
Das globale Ziel der jetzt aufgenommenen Arbeiten ist die Überarbeitung und Erweiterung der Berechnungsrichtlinie für Zahnwellen-Verbindungen. Im Einzelnen ergeben sich daraus folgende Teilziele:

- Betrachtung des Systems "Welle mit Nabe" mit teilplastischen numerischen Simulationen
- Berücksichtigung lokaler Plastifizierung in der numerischen Simulation durch Implementierung gemessener Spannungs-Dehnungskennlinien
- Erweiterung der Gültigkeitsgrenzen bezüglich Nabenwandstärke, Flankenwinkelvariation, Fußausrundungsradius und Drehmomentdurchleitung
- Abgleich mit vorliegenden Versuchsergebnissen, auch für gehärtete Verzahnungen
- Daraus Ableitung von zulässigen Werkstoffgrenzwerten. Es soll hier ein Bezug zu allgemein zugänglichen Dauerfestigkeitsschaubildern aus der Standardliteratur (FKM-Richtlinie und Tabellenwerke) hergestellt werden

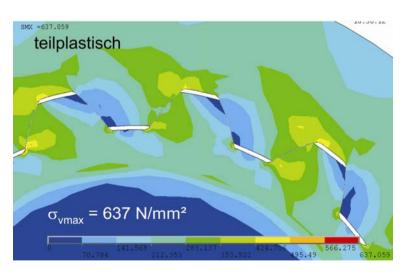
# 2.2 Stand der Forschung

Die Anwendung der Zahnwellen-Berechnungsnorm DIN 5466E ist momentan aufgrund fehlender zul. Werkstoffgrenzwerte nur eingeschränkt möglich. Die Norm besteht aus zwei Teilen, im ersten Teil behandelt sie die Grundlagen mit Betriebsarten, typischen Beanspruchungen und den daraus abgeleiteten allgemeinen Berechnungsansätzen sowie konstruktive Hinweise. Der zweite Teil beinhaltet spezifische Kennzahlen und Diagramme für die Geometrie nach DIN 5480, die auf Basis numerischer Untersuchungen mit linear-elastischem Werkstoffverhalten ermittelt wurden. Da die realen Beanspruchungs-

fälle aber lokale Plastifizierungen zur Folge haben, treten hier deutliche Differenzen zwischen Berechnung und Realität auf.



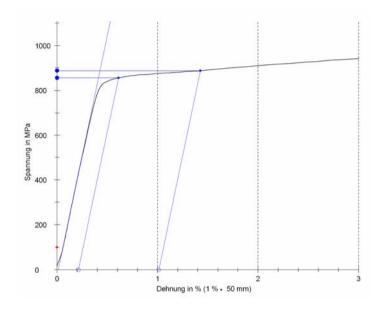
**Bild 1:** Ergebnis einer Berechnung mit linearelastischem Werkstoffverhalten



**Bild 2:** Ergebnis einer Berechnung mit teilplastischem Werkstoffverhalten

**Bild 1** und **Bild 2** wurden mit gleicher Drehmomentlast und Werkstoffen berechnet, lediglich die Berücksichtigung des teilplastischen

Verhaltens gemäß der Kennlinie aus **Bild 3** ist verantwortlich für die unterschiedlichen Ergebnisse. Die heute möglichen numerischen Simulationen mit realen (teilplastischen) Werkstoffkennlinien liefern damit deutliche Verbesserungen in der Ergebnisgüte.



**Bild 3:** Spannungs-Dehnungsdiagramm der teilplastischen Simulation

#### 2.3 Lösungsweg

Solche Simulationen sollen für die bevorstehende Überarbeitung der Berechnungsansätze aus der Norm angewendet werden. Darüber hinaus sind in der Norm einige Gültigkeitsgrenzen für aktuelle Anwendungen auf Basis neuer Untersuchungen zu erweitern, sowie zusätzliche Anwendungsfälle wie die teilweise Drehmomentendurchleitung und Flankenwinkelvariationen zu klären.

Der zweite Arbeitspunkt beinhaltet den Vergleich von Versuchsergebnissen mit Berechnungsergebnissen nach den neuen Berechnungsansätzen. Für die vereinfachte allgemeine Anwendung soll auch eine Kalibrierung, der zunächst mit experimentell ermittelten Zahnwellen-Gestaltfestigkeiten evaluierten Berechnungsergebnisse, mit allgemeinen Werkstoffdauerfestigkeiten (z.B. Smith-Diagramm) erfolgen. Zu diesem Zweck werden Werkstoffuntersuchungen in Form von Zugversuchen und Härtemessungen an den Prüfteilen

durchgeführt. Die Zugversuche liefern auch die Spannungs-Dehnungskennlinien für die teilplastischen numerischen Simulationen. Für die gerade begonnene Bearbeitung dieser Aufgabenstellungen ist das vor uns liegende Jahr 2009 vorgesehen.

Neben diesen nationalen exklusiven Forschungsarbeiten für die FVA und deren Mitgliedsfirmen, ist auch wieder nach der Überarbeitung der ISO 4156 die Mitarbeit in der internationalen Normung auf dem Gebiet der Festigkeitsberechnung für das Jahr 2009 geplant.

### 3 Profilentwicklung

Neben den Basisaufgaben in der Festigkeitsauslegung von Zahnwellen-Verbindungen, beschäftigt sich das IMW schon seit vielen Jahren mit der Optimierung der Verbindung. Dies betraf anfangs die Abschätzung von Teilungsabweichungen, dann die möglichen Flankenlinienkorrekturen und schließlich die Modifikation der Fußausrundungen. Mit den aktuell laufenden Arbeiten wird jetzt der Variationsrahmen deutlich größer gefasst und ein gesamtheitlich optimiertes Formschlussprofil für die Drehmomentübertragung angestrebt. Ausgangspunkt für diese Arbeiten sind die durch kontinuierliche Schwachstellenanalysen herausgearbeiteten folgenden Hypothesen für formschlüssige Wellen-Naben-Verbindungen nach dem Zahnwellenprinzip:

- Kreisbogen-Verzahnungen lassen aufgrund ihrer verrundeten konvex-konkaven Flankengeometrie gegenüber den Evolventen-Verzahnungen eine erhöhte Zahnfuß- und Flankentragfähigkeit erwarten. Hierdurch ist eine Leistungssteigerung bei gleichen Hauptabmessungen möglich.
- Durch Nutzung der radial weiter außen (und damit unter wesentlich größerem "Eingriffswinkel") liegenden Flankenkontaktflächen wird ein verbessertes Zentrierverhalten gegenüber der praktisch nur flankenzentriert eingesetzten Evolventen-Verzahnung angenommen.
- Die grundsätzlich kompaktere Form des Zahnes mit Kreisbogenprofil sollte eine fertigungsgerechtere Herstellung mittels Kaltumformen erlauben. Die bekannten Anrisse im Fußbereich und die Wülste an den Zahnköpfen entfallen, die Eigenspannungen durch Umformen tragen zur Festigkeitssteigerung bei.

## 3.1 Vergleichsgeometrie

Abgeleitet aus dem Kreisbogen-Grundprofil für Laufverzahnungen wurde eine Optimierung der Zahngeometrie für Zahnwellenverbin-

dungen mit den Kriterien Zentrierfähigkeit, Flächenpressungsoptimierung auf den Zahnflanken und Optimierung der Zahnfußspannung im Verbindungsbereich durchgeführt. Ausgehend von einer Verbindung mit Modul 3 mm und 18 Zähnen wurden die Parameter Zahnkrümmung R<sub>1</sub> und R<sub>2</sub>, Lage der Kreisbögen a und R<sub>a</sub>, Zahnfußausrundung <sub>1</sub> und <sub>2</sub>, Modul m und Zähnezahl z variiert, siehe **Bild 4**.

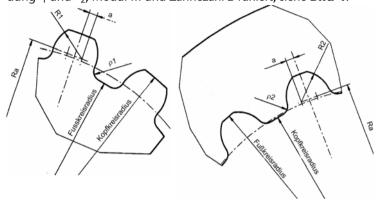


Bild 4: Wildhaber-Novikov-Grundprofil, Bezeichnungen und Abmessungen

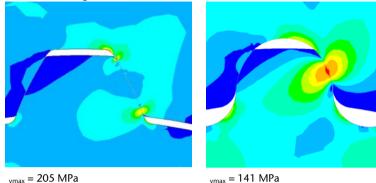
### 3.2 Beanspruchungen unter Torsion

**Bild 5** zeigt den grundsätzlichen Unterschied der Beanspruchungshöhe und –verteilung an zwei vergleichbaren Verbindungen unter gleichen Lasten, siehe auch /5/.

Die Flankenbeanspruchung beim Evolventenprofil weist Beanspruchungsmaxima am Flankenkopf und –fuß auf, die zwar örtlich begrenzt sind, aber mit 205 N/mm2 um 50 % über der Flankenbelastung der Kreisbogenverzahnung liegen. Die Beanspruchung der Kreisbogenverzahnung lässt sich beeinflussen durch die Krümmungsradien der Zähne und ihre Lage – es zeigt sich ein Optimum bei einer "positiven Profilverschiebung" von ca. 0,08 und bei einem Verhältnis von Modul zu Flankenkrümmungsradius von 1,25.

Die Spannungsspitze im Nabenzahnfuß ist beim Evolventenprofil ausgeprägter als beim optimierten Kreisbogenprofil. Im Wellenzahnfuß auf der Zugseite lässt sich bei der Kreisbogengeometrie eine Spannungsreduzierung auf 77 % der Evolventenbeanspruchung erreichen. Dies ist im Wesentlichen auf eine optimierte Ausrundungsgeometrie im Zahnfuß gegenüber der genormten Evolventengeometrie zurückzuführen, die in der Verringerung des Wellenquerschnitts ihre Grenze findet (Bild 5 rechts). Diese Erkenntnis kann auch als Teillösung im Zahnfußbereich eines genormten Profils sinnvoll

angewendet werden, da auf diesem Wege die Austauschbarkeit erhalten bleibt und damit sowohl Konstruktionsänderungen als auch die Ersatzteillogistik beherrschbar bleiben.



**Bild 5:** Vergleichsspannung nach von Mises für 800 Nm; m = 3 mm; z = 18; links: Evolvente DIN 5480; rechts: Kreisbogenverzahnung

Auch Ort und Verlauf der Beanspruchungen unterscheiden sich beträchtlich. Während unter reiner Drehmomentbelastung sich bei der Evolventenverzahnung die Maxima der Flächenpressung mit hohen Gradienten auf den Bereich um die Zahnköpfe konzentrieren (Bild 5 links), liegt das Maximum der Flankenpressung bei der Kreisbogenverzahnung etwa in Flankenmitte und weist aufgrund der verhältnismäßig großen Berührungszone geringere Gradienten auf. Die Fülligkeit des Flächenpressungsprofils ist auch gut in **Bild 6** zu erkennen. Die Flankenkonturen von Welle und Nabe lassen sich sehr feinfühlig durch die Wahl des Radienverhältnisses R<sub>1</sub>/R<sub>2</sub> einstellen, so dass ein recht fülliges Pressungsprofil erreichbar ist ohne das Problem der Pressungsspitzen an den Kanten zu erhalten.

Die weiteren Untersuchungen beschäftigen sich mit der Zentrierwirkung eines solchen Profils unter der Wirkung von Querkräften und Biegemomenten. Für die Lebensdauer einer solchen Formschlussverbindung und diesen betriebstypischen Lasten ist ein gegenüber der einfachen flankenzentrierten Ausführung nach DIN 5480 verbessertes Profil notwendig. Mit dem Kreisbogenprofil sind physikalisch die notwendigen Bedingungen ausreichender radial wirkender Flankenstücke erfüllt und die ersten vorliegenden Ergebnisse numerischer Simulationen bestätigen dies eindrucksvoll /5/. Die nächsten Schritte zur weiteren numerischen Profiloptimierung sollen jetzt unter Verwendung des Programmpakets TOSCA gemacht werden. Ganz wesentlich für die Ergebnisgüte sind dabei die Definitionen der angestrebten Optimierungsziele.

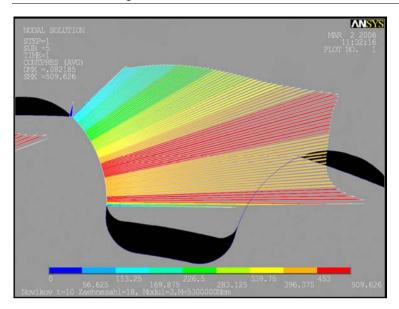


Bild 6: Flächenpressungsverteilung der Kreisbogenverzahnung für 5300 Nm

### 4 Zusammenfassung

Das Institut für Maschinenwesen ist kontinuierlich im Rahmen von Studien- und Diplomarbeiten über bilaterale Forschungsaufträge bis hin zu öffentlich geförderten mehrjährigen Forschungsprojekten an der Weiterentwicklung von Welle-Nabe-Verbindungen und den damit verbundenen Systemen beschäftigt, z.B. Berechnungsgrundlagen. Neben den laufenden Arbeiten zu den standardisierten Lösungen werden auch innovative Weiterentwicklungen vorangetrieben, z.B. Profiloptimierungen. Dazu werden sowohl leistungsfähige FEM-Software-Pakete in Verbindung mit Optimierungstools als auch Mehrkörpersimulationsprogramme eingesetzt. Letztere sind besonders wichtig für die Betrachtung der dynamischen Systemeigenschaften im gesamten Antriebsstrang. Ergänzt werden diese Vorgehensweisen durch experimentelle Untersuchungen die durch die umfangreiche messtechnische Ausstattung und die große Anzahl von Prüfständen effektiv durchgeführt werden können.

#### 5 Literatur

- /1/ DIN 743 Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen Teil 1: Einführung, Grundlagen; Teil 2: Formzahlen und Kerbwirkungs¬zahlen und Teil 3: Werkstoff-Festigkeitswerte. Berlin: Beuth-Ver¬lag, 2000
- /2/ DIN 5466 Tragfähigkeitberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen Teil 1: Grundlagen. Berlin: Beuth-Verlag, 2000; Teil 2: Zahnwellen-Ver¬bindungen nach DIN 5480. Berlin: Beuth-Verlag, 2002
- /3/ DIN 5480 Zahnwellen-Verbindungen mit Evolventenflanken. Berlin: Beuth-Verlag, März 2006
- /4/ Dietz, P.; Garzke, M.: Zahnwellengestaltfestigkeit. IMW; Abschlußbericht DFG DI 289/9-2; IMW, TU Clausthal 1998
- /5/ Dietz, P.; Wächter, M.: Neue Zahnwellen-Verbindungen auf der Basis von Kreisbogen-Grundprofilen mit verbessertem Trag- und Zentrierverhalten. Abschlußbericht DFG DI 289/32-1; IMW, TU Clausthal 2008