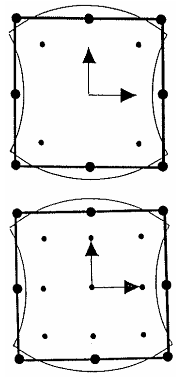
Validierung einer FE-Simulation



Hilgermann, J. L.

Simulationen werden in hoher Anzahl und großem Umfang in der Produktentwicklung und der Forschung angewendet. Viele Hersteller werben mit der Intuitiven Programmnutzung. Einfache „One-Click-Solutions“ werden in zunehmendem Maße in Simulationssoftware integriert um auch wenig geschultem Personal die Durchführung von Simulationen zu ermöglichen. In Zunehmendem Maße werden Simulationswerkzeuge auch von Fachfremdem Personal genutzt. Die Komplexität, der hohe Entwicklungsstand sowie die guten Erfahrungen der Vergangenheit mit Simulationswerkzeugen schaffen ein Gefühl von Vertrauen gegenüber der Simulationssoftware. Eine fundierte und gründliche Reflexion der Ergebnisse erscheint überflüssig. Die Gefahr ist jedoch offensichtlich.

Moderne FE-Programme lösen zuverlässig fast jegliche Gleichungssysteme, auch dann, wenn Modelle Fehlerhaft bzw. unzureichend durchdacht wurden. Das Ergebnis, farbige Spannungs- und Verformungs-Plots, wird häufig nicht hinterfragt. Lösungen werden als „wahr“ hingenommen, gleichwohl eine Überprüfung nur selten durchgeführt wird. Fehlerhafte Ergebnisse werden nur selten entdeckt, bzw. Abweichungen zu später durchgeführten Versuchen auf numerische Fehler geschoben. Tatsächlich verursachen numerische Fehler bei einem durchdachten Modell einen geringen Anteil, welcher zumeist die Fertigungstolleranzen unterschreitet.

Im folgenden Artikel sollen einige wichtige und wesentliche Validationsschritte vorgestellt werden. Er soll helfen, eine sichere Grundlage und Vertrauen der berechneten Ergebnisse zu schaffen.

Simulation is highly used in production-development and research. Manny Software-companies promote their intuitive Software handling. Simple to use "one-click-solutions" are more and more integration in Simulation-software to enable the use of their program to unskilled users. To an increasing degree more unskilled users are working Simulation-software today. The complexity and the high degree of development as well as the good experiences of the past with Simulation-software, form a sense of confidence in the software. A well-founded and systematic reflection of the results seems unnecessary. The danger of such confidence is obvious.

Modern FE-programs are solving almost any system of equations reliable, even if the model is inaccurate or not well thought. The results, coloured stress-/strain-plots, are often not being scrutinized. Solutions are

accepted as being "true", nevertheless verification has been made. Erroneous results are being detected seldom, and differences on testing are being put the blame on numerical errors respectively. As a matter of fact numerical errors are for well thought models less than manufacturing tolerance, and are therefore negligible.

The following article describes important validation-steps, and helps to build a good foundation and confidence to the calculated results.

1 Erste Verifikationen

Vor der Analyse werden die Dimension, die Masse, das Trägheitsmoment sowie der Schwerpunkt der Struktur im Preprocessor mit dem CAD-Modell verglichen. Hierdurch werden Fehler beim Import oder bei der Geometrie-Modellierung aufgedeckt.

Die erste Verifikation der Ergebnisse erfolgt über die grafische Oberfläche des Postprocessing und durch das sogenannte Listing nach dem Solver-Prozess. Diese Informationen ermöglichen von vorne herein den Ausschluss bzw. die Bestätigung der falschen Eingabe von Randbedingungen oder von numerischen Ungenauigkeiten im Gleichungssystem.

Warnungen und Fehlermeldungen, welche der Solver des FE-Programms während der Rechnung generiert, werden aufgerufen und interpretiert. Dies muss auch dann durchgeführt werden, wenn die Rechnung „scheinbar“ konvergiert ist und eine scheinbar plausible Lösung aufgerufen werden kann. Werden weder Warnung noch Fehlermeldung angezeigt, wird im Postprocessor überprüft, dass die Reaktionskraft, auf Fesselungen deren Richtung von den eingeleiteten Kräften verschieden ist, null betragen.

2 Numerische Konditionierung

Determinanten von schlecht konditionierten Matrizen sind von Null verschieden, streben aber gegen Null. Solche Matrizen sind mathematisch inversibel, ihre Inverse ist jedoch nicht eindeutig definiert.

Dieser Sachverhalt wird am Beispiel von drei in Reihe geschalteten Federn der Federrate K und k, erläutert. Es sei k klein gegenüber K. Obwohl die Diagonale der Steifigkeitsmatrix Werte ähnlicher Größenordnung aufweißt, ist die Steifigkeitsmatrix der Struktur schlecht konditioniert.

$$\begin{bmatrix} K & -K & 0 \\ -K & K+k & -k \\ 0 & -k & K+K \end{bmatrix} \text{mit K>>k}$$

Die erste und zweite Zeile der Matrix sind quasi linear von einander abhängig. Ein solcher Sachverhalt entsteht, wenn in einem Modell zwei Materialien unterschiedlichen Steifigkeiten oder wenn große Unterschiede in der Elementgröße integriert wurden. Ein FE-Programm untersucht die numerische Konditionierung der Steifigkeitsmatrix ausschließlich an Hand der Hauptdiagonale und gibt den kleinsten und größten Wert aus. Das hier angesprochene Beispiel zeigt jedoch, dass es sich hierbei nur um eine qualitative Aussage, nicht aber um eine absolute Beschreibung der numerischen Konditionierung handelt, denn die Größenunterschiede der Hauptdiagonalen sind ähnlich groß, gleichwohl die Matrix schlecht konditioniert ist.

Zur Vermeidung bzw. Lösung eines solchen Problems muss die Steifigkeit der gesamten Struktur angeglichen werden. Entweder wird die Vernetzungsgröße der gesamt Struktur angeglichen, oder wenn zwei Materialien unterschiedlicher Steifigkeit Modelliert wurden, dann wird die weniger steife Struktur feiner, die höher steife Struktur gröber vernetz /1/.

3 Pivots und Fesselungen

Im dreidimensionalen Raum besitzt jede Struktur sechs Bewegungsmöglichkeiten (drei Translationen und drei Rotationen). Im zweidimensionalen Raum besitzt jede Struktur derer drei (zwei Translationen und eine Rotation), in Axialsymmetrischen Modellen derer eine (die Translation entlang der Symmetrieachse).

Für eine statische Analyse wir eine minimale Anzahl an Fesselungen benötigt um Verschiebungen der Struktur gegen das Unendliche zu unterbinden, auch dann, wenn in jener Richtung keine Kraft wirkt.

Eine Struktur, bei der genau die Anzahl an Freiheitsgrade blockiert wird, wie mögliche Bewegungsmöglichkeiten, ist Iso-Statisch gelagert. Eine Struktur, bei der mehr Freiheitsgrade blockiert werden als Bewegungsmöglichkeiten existieren, ist Hyper-Statisch gelagert. Bei einer Struktur, bei der weniger Freiheitsgrade blockiert werden, als Bewegungsmöglichkeiten existieren, spricht man von Hypo-Statik. Hypo-Statik ruft numerisch eine oder mehrerer Nullstellen in der Hauptdiagonalen der Steifigkeitsmatrix hervor. Die Werte der Hauptdiagonalen der Steifigkeitsmatrix werden als pivots bezeichnet, und so spricht man bei einer Nullstelle vom „pivot-null".

/1/ beschreibt die Anzahl der Pivots-Null in einem FE Modell. Die Formel wird im Folgenden näher erläutert werden.

PN = MR – FIX – LIA + DDLNAR + MCP + MCN + MI

- PN = Anzahl der Nullstellen in der Hauptdiagonalen der Steifigkeitsmatrix (PN:= Pivots-Nuls)

- MR = Anzahl der Bewegungsmöglichkeiten der Struktur im Raum(MR:= Mode Rigides)
  Im dreidimensionalen Raum besitzt jede Struktur sechs Bewegungsmöglichkeiten (drei Translationen und drei Rotationen). Im zweidimensionalen Raum besitzt jede Struktur derer drei (zwei Translationen und eine Rotation), in Axialsymmetrischen Modellen derer eine (die Translation entlang der Symmetrieachse).

- FIX = Anzahl der durch Fesselung blockierten Bewegungsmöglichkeiten (FIX:= Fixation)
  Fesselungen eliminieren die Bewegungsmöglichkeiten durch Fesselung einzelner Elementknoten in eine bestimmte Richtung bzw. um die Drehung um eine Achse. Sie sind absolute Randbedingungen.

- LIA = Anzahl der durch relative oder lineare Verknüpfung zwischen den Freiheitsgraden blockierte Freiheitsgrade (LIA:= Liaison)
  In manchen Fällen ist es nicht möglich absolute Randbedingungen zu definieren um Bewegungsmöglichkeiten auszuschließen. Direkte Verknüpfungen zwischen den Freiheitsgraden einzelner Elementknoten bzw. die Definition linearer Beziehungen der Freiheitsgrade untereinander bezeichnet man als relative Randbedingungen.

- DDLNAR = Anzahl der Bewegungsmöglichkeiten welche nicht an die Steifigkeit des Elements gekoppelt ist (DDLNAR:= Degré De Liberté Non Alimentés en Raideur)
  Diese Problematik existiert nur für Elemente der Balken, im dreidimensionalen Raum liegenden Membrane und, in einigen FE-Programmen, mit Shell-Elementen. In diesen Fällen existieren Freiheitsgrade, welche nicht an die Elementsteifigkeit gekoppelt sind.

- MCP = Anzahl der parasitären kinematischen Bewegungen (MCP:= Modes Cinématiques Parasites)
  Die Generierung der Elementsteifigkeitsmatrix erfolg numerisch über eine „unter-Integration“. Es sei ein Rechteckelement, dessen Steifigkeitsmatrix numerisch über 4 Gauß-Integrationspunkte generiert wurde. Ohne äußere Last und ohne Fesselung existiert in der Ebene ein Verformungszustand, dessen Gaußpunkte mit denen des unverformten Zustandes identisch sind. Die Verformungsenergie des Elementes wird an den Gaußpunkten diskretisiert und ist ebenfalls null gleichwohl eine Verformung existiert.

- MCN = Anzahl der Bewegungsmöglichkeiten welche durch eine schlechte numerische Kondtionierung hervorgerufen werden (MCN:= Mauvais Conditionnement Numérique)
  Als Richtgröße kann ein maximal zulässiges Verhältnis vom Maximalwert zum Minimalwert der Hauptdiagonalen der Steifigkeitsmatrix von 10^8 angenommen werden (siehe auch Numerische Konditionierung).

- MI = Interne Mechanismen (MI:= Mécanismes Internes)
  Fehler durch Internen Mechanismen entstehen durch eine falsche Konzeption von Stabwerken, bei denen die Knotenzahl nicht das geforderte Verhältnis zu den Stabelemente $b = 2n - 3$ erfüllt. Hierbei ist n die Anzahl der Knoten und b die Anzahl der Stabelemente. Weitere Fehler entstehen durch Fehlende Verbindungen von Teilstrukturen untereinander.

4 Negative Pivots

Das Aufkommen von negativen Pivots ist häufig in der fehlerhaften Eingabe der Werteingabe begründet, welche im Preprocessor kontrolliert werden können:

- E-Modul negativ
- Dicke, Sektion oder Flächenträgheitsmomente negativ
- Querkontraktionszahl größer 0,5

Aber auch durch die Integration von rigid-bodies in das Modell entstehen in Verbindung mit Lagranges-multiplikatoren negative Pivots /1/.

5 Schlussfolgerung

Die von /1/ vorgestellte Formel erlaubt die Interpretation der Anzahl der Nullstellen der Hauptdiagonalen der Steifigkeitsmatrix.
Kann ein definierter Wert für einen Teil der Formel angegeben werden, z.B. der Wert 6 für MR in einem 3-dimensionalem Modell, dann ist eben dieser Zahlenwert in die Formel einzutragen. Wird eine Aussage negiert, z.B. keine DDLNAR, dann ist der Wert 0 entsprechend einzusetzen. Kann eine Aussage weder bejaht noch negiert werden, so wird die Formel entsprechend aufgelöst, da PN, die Anzahl der Pivots-Null, durch die Ausgabe des Programms bekannt ist. Hierdurch werden gezielt Fehler oder Probleme erkannt und können im Anschluss beseitigt werden.
Am Beispiel der Steifigkeitsmatrix wurde erläutert, dass das hier vorgestellte strukturierte Vorgehen keine Garantie und kein Nachweis für ein fehlerfreies Modell schafft. Das Ausbleiben an Fehler und/oder Warnmeldungen bedeutet nicht eine korrekte Modellierung. Die Software kann bei der Fehlersuche helfen, vielmehr ist aber das Gespür und die Erfahrung des Programmnutzers gefordert Fehler zu erkennen und zu beseitigen.

6 Zusammenfassung

Ohne eine vorherige Verifikation ist eine Auswertung der durch eine FE-Simulation gewonnen Ergebnisse nicht sinnvoll. Die richtige Interpretation der vom Solver ausgegebenen Fehler und Warnungen ist unumgänglich.
Simulationsläufe ohne Fehler- und/oder Warnmeldungen bilden die Wirklichkeit nicht automatisch korrekt ab. Das Vorhandensein von Fehlern und/oder Warnungen bedeutet gleichzeitig nicht, dass Ergebnisse inkorrekt sind. Vielmehr ist eine richtige Interpretation der Fehler und/oder Warnungen erforderlich. Dieser Artikel schafft eine erste Grundlage zum Verständnis dieser Problematik.

7 Literatur

/1/ Craveur, J.: Modélisation des structures, Calcul par élements finis, Dunod, Paris 2001. ISBN 2 10 005547 X

/2/ Craveur, J.; Maceau, D.: De la CAO au Calul, Dunod, Paris 2001. ISBN 2 10 005220 9

/3/ Müller, G.; Groth, C: FEM für Praktiker, Band 1, Expert-Verlag, Renningen 2007. ISBN 3 8169 2685 1